

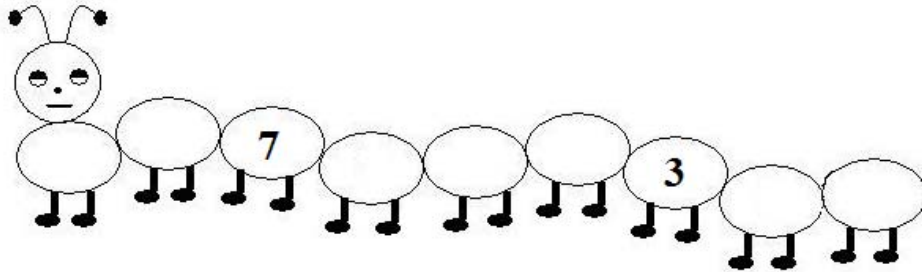
КОЛЕДНО СЪСТЕЗАНИЕ

1 КЛАС

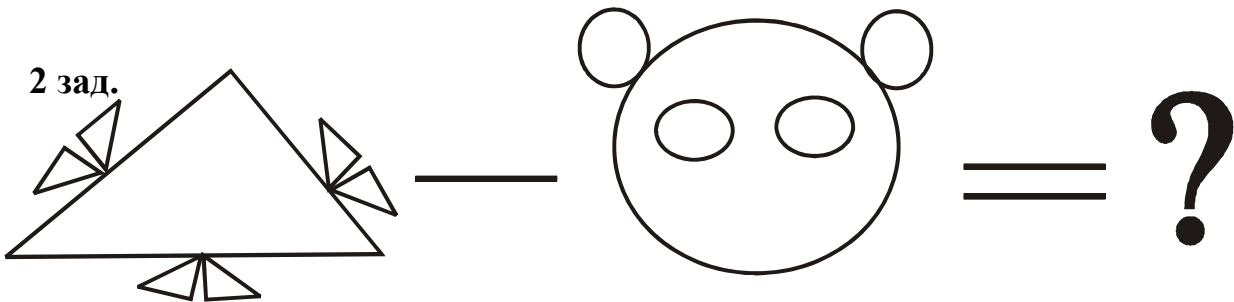
Име....., Вх. №.....

Училище.....

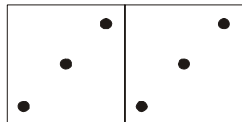
1 зад.



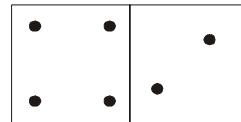
2 зад.



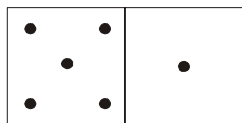
3 зад.



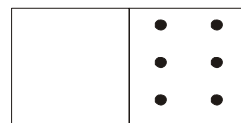
$$6 = 3 + \square$$



$$6 = \square + 2$$



$$6 = \square + \square$$



$$6 = \square + \square$$

4 зад. $> = <$ $4 + 2 \square 7 - 5$

$$6 - 2 - 1 \square 3 + 2$$

$$1 + 2 + 3 \square 7 - 6$$

$$5 + 2 \square 3 + 2 + 1$$

$$7 - 5 \square 2 + 3 + 2$$

$$6 - 4 - 2 \square 5 - 2 - 3$$

5 зад. + или -

$$7 \square 3 = 4$$

$$4 \square 2 = 6$$

$$6 \square 1 = 5$$

$$5 \square 2 = 7$$

$$7 \square 4 = 3$$

6 зад.

$$\square + 2 = 7$$

$$\square + 1 = \square$$

$$\square - 8 = \square$$

$$\square + 9 = \square$$

$$\square - 6 = \square$$

$$\square + \square = 9$$

7 зад.



$$\text{ornament} = ?$$

8 зад.

$$5 + \square + 1 = 7$$

$$2 + \square + 2 = 6$$

$$8 - 5 - \square = 0$$

$$2 + 3 + \square = 6$$

$$2 + \square + 2 = 7$$

$$9 - 4 - \square = 1$$

$$\square + 1 + 4 = 7$$

$$6 = 1 + 2 + \square$$

$$7 - \square - 3 = 4$$

$$\square + 4 + 1 = 8$$

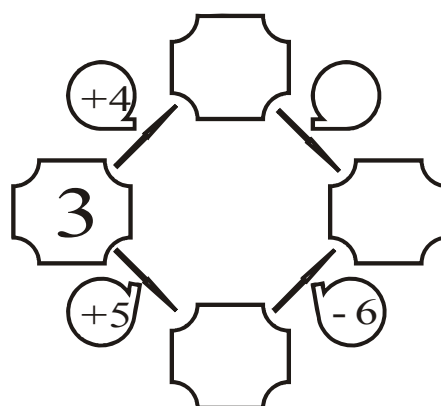
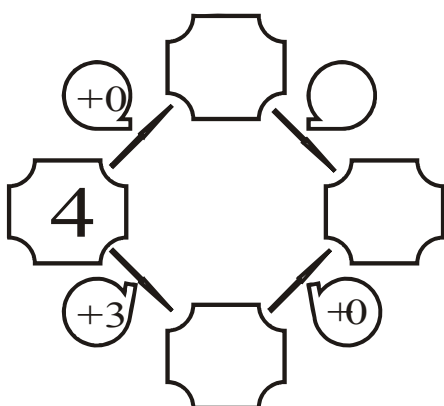
$$8 = 2 + 4 + \square$$

$$9 - \square - 5 = 3$$

9 зад.



10 зад.



Секция “Изток” – СМБ
КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 11.12.2010г.
2 клас

Времето за решаване е 120 минути.

Регламент: Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. “Друг отговор” се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.

Организаторите Ви пожелават успех!

Име.....училище.....град.....

Задача 1. Кое число трябва да се постави на мястото на многоточието $47 - 33 < \dots < 18 - (5 - 3)$?

- а) 14 б) 16 в) 12 г) друг отговор

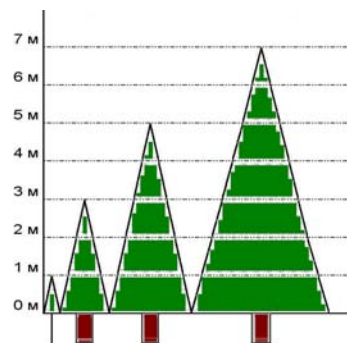
Задача 2. Колко правоъгълника има на дисплея на GSM-а на Константин в 10 ч 8 мин? Цифрите се изписват по показания начин:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

- а) 5 б) 3 в) 4 г) друг отговор

Задача 3. Колко метра е висока следващата елха?

- а) 8 б) 9 в) 11 г) друг отговор



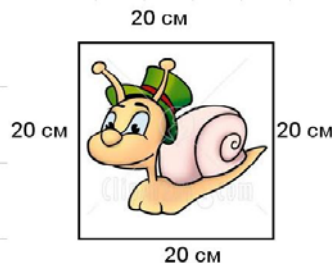
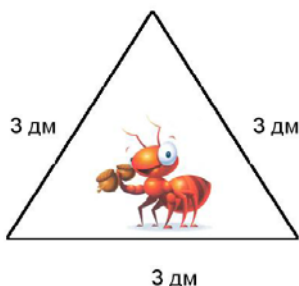
Задача 4. Сборът от цифрите на едно двуцифрено и едно трицифрено число е 3. Цифрата на единиците на двуцифреното число е по-малка от цифрата на единиците на трицифреното число. Кои са числата?

- а) 100 и 10 б) 110, и 11 в) 111, и 10 г) друг отговор

Задача 5. Диана закачила на елхата играчки. Докато спяла през нощта едно джудже махнало 2 играчки и закачило 5. След него второ джудже, махнало 3 и закачило 5. Третото махнало 4 и закачило 5, а четвъртото само махнало 6. Сутринта Диана преброила играчките и установила, че са се увеличили с:

- а) 0 б) 4 в) 3 г) друг отговор

Задача 6. Мравката се разходила по страните на триъгълника, а охлювът - по страните на квадрата. Кой е изминал по-дълго разстояние?



- а) не могат да се сравнят б) мравката в) охлювът г) друг отговор

Задача 7. Във 2^а клас има 26 ученика. 20 от тях обичат да гледат анимационни филми, 18 – да четат книги, 16 - да слушат музика. Колко ученика обичат и трите занимания?

- а) 2 б) 5 в) 3 г) друг отговор

Задача 8. Ако $19 - 15 = a + 1$, $b = a + 2$ и $c = b - 4$ колко е $a + b + c$?

- а) 14 б) 9 в) 6 г) друг отговор

Задача 9. За 2 дена един сервиз поправя 10 компютъра, а друг за 3 дена - 9 компютъра. Ако двата сервиза работят заедно, колко компютъра общо ще ремонтират от 30.10.2011 до 2.11.2011г. включително?

- а) 19 б) 72 в) 32 г) друг отговор

Задача 10. Илко има 3 монети по 20 ст. и 2 монети по 10 ст. (3т)

Боби има 4 монети по 5 ст. и 1 монета по 50 ст. (2т)

Петко има толкова монети, колкото Илко и Боби имат заедно, като 7 от тях са по 5 ст, а 2 по 20ст. (2т)

Тримата харесали една поздравителна картичка за Коледа. Оказало се, че на Боби не му стигат парите за да си я купи, Илко има повече от колкото струва играчката, а Петко има точно колкото е цената ѝ.

Колко струва картичката?

ОТГОВОРИ И РЕШЕНИЯ

2 клас

1^Г, 2^а, 3^б, 4^Г, 5^а, 6^б, 7^а, 8^б, 9^в, 10 (76 или 77 ст.)

Зад.1 $47 - 33 < \dots < 18 - (5 - 3) \Rightarrow 14 < \dots < 16 \Rightarrow$ числото е 15

Зад.2 В запис на 10:08 има 5 правоъгълника.

Зад.3 Височината на елхите се увеличава с 2 метра \Rightarrow следващата е висока 9 метра.

Зад.4 10 и 101

Зад.5 Първото джудже е увеличило играчките с 3, второто с 2, третото с 1, а четвъртото махнало 6. Броят на играчките на елхата останал непроменен.

Зад.6 Мравката е изминала 3 страни по 3 дм = 30 см - общо 90 см. Охлювът е изминал 4 страни по 20 см - общо 80 см. Пътят на мравката е по-дълъг.

Зад.7 Общо учениците гледащи анимационни филми, четящи книги и слушащи музика са 54. Класът е от 26 ученика. Ако всеки върши по 2 неща, броят им ще е 52., т.е. 2 ученика обичат и трите занимания.

Зад.8 $19 - 15 = a + 1 \Rightarrow a = 3, b = a + 2 \Rightarrow b = 5, c = b - 4 \Rightarrow c = 1 \Rightarrow a + b + c = 3 + 5 + 1 = 9$

Зад.9 Първият сервиз за 2 дни ремонтира 10 компютъра \Rightarrow за 1 ден ремонтира 5 компютъра. Втория за 3 дена ремонтира 9 компютъра \Rightarrow за 1 ден ремонтира 3 компютъра. За един ден двата сервиза заедно ремонтират 8 компютъра \Rightarrow за 4 дена ще ремонтират 32 компютъра.

Зад.10 Боби има 4 монети по 5 ст. и 1 монета по 50 ст. т.е. има общо 70 ст. (**2 точки**) Илко има 3 монети по 20 ст. и 2 монети по 10 ст., т.е. има общо 80 ст. (**3 точки**). Петко има 7 монети по 5 ст., 2 монети по 20 ст. – от тях 75ст. (**2 точки**)

Останалите точки се разпределят както следва:

За отговор “Картичката струва 75 ст” – (**2 точки**)

За отговор “Картичката струва 76 ст”(съобразено, че има още една монета) – (**5 точки**)

За отговор “Картичката струва 77 ст” (съобразено, че има още една монета) – (**5 точки**)

За отговор “Картичката струва или 76 или 77ст” - (**8 точки**)

3 клас

Времето за решаване е 120 минути.

Регламент: Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. "Друг отговор" се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.

Организаторите Ви пожелават успех!

Име.....училище.....град.....

Задача 1. Сладкар правил торти, като във всяка торта слагал по 8 яйца. Имал 61 яйца. Колко яйца са му останали, ако е направил възможно най-голям брой торти?

- а) 5 б) 1 в) не са останали г) друг отговор

Задача 2. Поли намислила число. Извадила от него разликата на числата 352 и 274. Получила число с 215 по-голямо от числото 107. Кое число е намислила Поли?

- а) 244 б) 400 в) 390 г) друг отговор

Задача 3. Колко най-много дециметра има в 358 см?

- а) 350 см б) 36 дм в) 35 дм г) друг отговор

Задача 4. Пресметнете израза $A - (B - C)$, ако знаете, че A е най-малкото трицифрено число, в което няма еднакви цифри; B е най-голямото трицифрено число, в което две от цифрите са еднакви; C е най-голямото трицифрено число, в което няма еднакви цифри.

- а) 92 б) 95 в) 85 г) друг отговор

Задача 5. Стефчо помислил, че е дошъл на Коледния концерт 15 минути преди той да започне.

Часовникът му бил изостанал с 10 минути. Концертът започнал с 20 минути закъснение. Колко минути е чакал Стефчо до началото на Коледния концерт?

- а) 35 б) 15 в) 25 г) друг отговор

Задача 6. У Сашови има часовник с кукувичка. Всеки час тя кука толкова пъти, колкото часът показва часовата стрелка и освен това на всеки половин час кука по още един път. Сашо се прибрал от тренировка. Влизайки в стаята, чул кукувичката да кука един път. След половин час отново я чул да кука един път, а след още половин час чул още едно кукане. Колко е бил часът, когато Сашо е влязъл в стаята?

- а) 11.30 ч. б) 13.00 ч. в) 13.30 ч. г) друг отговор

Задача 7. Басейн се пълни от две тръби и се изпразва през една тръба. През първата тръба за 1 час се вливат 150 л вода, която е с 30 л по-малко отколкото водата, която се влива през втората тръба. През третата тръба за 1 час изтичат 190 л. Колко литра вода ще има в басейн, ако трите тръби се отворят едновременно в продължение на 3 часа?

- а) 420 б) 140 в) 700 г) друг отговор

Задача 8. За разходка с лифт са приготвени шестместни и четириместни кабинки за 52 ученици. Колко шестместни кабинки са използвани, ако всички ученици са се вместили в 10 кабинки и свободни места не са останали?

- а) 8 б) 5 в) 7 г) друг отговор

Задача 9. Едната страна на триъгълник е равна на обиколката на квадрат със страна 8см. Втората страна е с 5см по-малка от първата страна. Третата страна е равна на сбора на двете дължини на правоъгълник с обиколка 28см и ширина 5см. Намерете обиколката на триъгълника.

- а) 68 б) 78 в) 77 г) друг отговор

Задача 10. 11 гумички тежат колкото 2 острилки и едно тефтерче. 1 острилка и 2 гумички тежат колкото 1 тефтерче. Намерете колко гумички тежат колкото 1 тефтерче.

Отговори:

1	2	3	4	5	6	7	8	9
а	б	в	г -91	в	г – 12:30	а	г - 6	в

Задача 1. Сладкар правил торти, като във всяка торта слагал по 8 яйца. Имал 61 яйца. Колко яйца са му останали?

$$61 - 8 \cdot 7 = 61 - 56 = 5$$

а) 5 б) 1 в) не са останали г) друг отговор

Задача 2. Поли намислила число. Извадила от него разликата на числата 352 и 274. Получила число с 215 по-голямо от числото 107. Кое число е намислила Поли?

$$a - (352 - 274) = 107 + 215; a - 78 = 322; a = 400$$

а) 244 б) 400 в) 390 г) друг отговор

Задача 3. Колко най-много дециметра има в 358 см?

а) 350 см б) 36 дм в) 35 дм г) друг отговор

Задача 4. Пресметнете израза $A - (B - C)$, ако знаете, че A е най-малкото трицифрено число, в което няма еднакви цифри; B е най-голямото трицифрено число, в което две от цифрите са еднакви; C е най-голямото трицифрено число, в което няма еднакви цифри.

$$102 - /998 - 987/ = 91$$

а) 92 б) 95 в) 85 г) друг отговор 91

Задача 5. Стефчо помислил, че е дошъл на Коледния концерт 15 минути преди той да започне.

Часовникът му бил изостанал с 10 минути. Концертът започнал с 20 минути закъснение.

Колко минути е чакал Стефчо до началото на Коледния концерт?

а) 35 б) 15 в) 25 г) друг отговор

Ст. всъщност дошъл 5 мин. по-рано, защото часовникът му изоставал с 15 мин. + 20 мин. закъснение на концерта – 25 мин. е чакал.

Задача 6. У Сашови има часовник с кукувичка. Всеки час тя кука толкова пъти, колкото часа показва часовата стрелка и освен това на всеки половин час кука по още един път. Сашо се прибрал от тренировка. Влизайки в стаята, чул кукувичката да кука един път. След половин час отново я чул да кука един път, а след още половин час чул още едно кукане. Колко е бил часът, когато Сашо е влязъл в стаята?

а) 11.30 ч. б) 13.00 ч. в) 13.30 ч. г) друг отговор 12:30 ч.

Задача 7. Басейн се пълни от две тръби и се изпразва през една тръба. През първата тръба за 1 час се вливат 150 л вода, която е с 30 л по-малко отколкото водата, която се влива през втората тръба. През третата тръба за 1 час изтичат 190 л. Колко литра вода ще има в басейн, ако трите тръби се отворят едновременно в продължение на 3 часа?

$$150 + (150 + 30) = 330 \text{ л се вливат за 1 час; } 330 - 190 = 140 \text{ л остават след 1 час;}$$

$$\text{за 3 часа } 140 + 140 + 140 = 420 \text{ л}$$

а) 420 б) 140 в) 700 г) друг отговор

Задача 8. За разходка с лифт са приготвени шестместни и четириместни кабинки за 52 ученици.

Колко шестместни кабинки са използвани, ако всички ученици са се вместили в 10 кабинки и свободни места не са останали?

$$10 \cdot 6 = 60 \text{ места, ако всички кабинки са 6-местни}$$

$$60 - 52 = 8 \text{ места повече}$$

$$6 - 4 = 2 \text{ места повече в 6-местните кабинки}$$

$$8 : 2 = 4 \text{ са кабинките с 4 места}$$

$$10 - 4 = 6 \text{ кабинки с 6 места}$$

а) 8 б) 5 в) 7 г) друг отговор – 6

Задача 9. $a=4.8=32\text{см}$; $b=32-5=27\text{см}$; $c=28-2.5=18\text{см}$; $P=32+27+18=77\text{см}$.

Задача 10. 11 гумички тежат колкото 2 острилки и едно тефтерче. 1 острилка и 2 гумички тежат колкото 1 тефтерче.

Намерете колко гумички тежат колкото 1 тефтерче.

$$\underline{11 \text{ г} = 2 \text{ о} + 1 \text{ т}; 1 \text{ о} + 2 \text{ г} = 1 \text{ т}; ? \text{ г} = 1 \text{ т}}$$

$$11 \text{ г} = 2 \text{ о} + (1 \text{ о} + 2 \text{ г})$$

$$11 \text{ г} = 3 \text{ о} + 2 \text{ г}$$

$$3 \text{ о} = 11\text{г} - 2 \text{ г}$$

$$3 \text{ о} = 9 \text{ г}; 1 \text{ о} = 3 \text{ г}$$

1) От $1 \text{ о} + 2 \text{ г} = 1 \text{ т}$ следва, че $3 \text{ г} + 2 \text{ г} = 1 \text{ т}$; **$5 \text{ г} = 1 \text{ т}$**

Времето за решаване е 120 минути.

Регламент: Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. "Друг отговор" се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.

Организаторите Ви пожелават успех!

Име.....
училище.....град.....

Зад. 1: Намерете числената стойност на A , ако $A = 1730 + x$, където x е неизвестното число от равенството $x - 56 = 224$.

а/ 1 898; б/ 4 530; в/ 2 010; г/ друг отговор.

Зад. 2: Сборът от годините на двама приятели преди 5 години е бил 5. Какъв ще бъде сборът от годините им след 5 години?

а/ 15; б/ 25; в/ 10; г/ друг отговор.

Зад. 3: Бързият влак за Бургас тръгнал от София с 282 пътници. На първата спирка – гара Златица, слезли 35 души и се качили 47. На следващата спирка – гара Пирдоп, слезли 52 души и се качили 56. С колко пътници е продължил влакът след Пирдоп?

а/ 266; б/ 472; в/ 298; г/ друг отговор.

Зад. 4: Върху права линия са разположени точки, така че разстоянието между две съседни е 7 см, а разстоянието между крайните е 728 см. Намерете броя на точките.

а/ 14; б/ 15; в/ 104; г/ друг отговор.

Зад. 5: Малкото братче на Митко се учи да пише и написало 215 букви една след друга така: МАМОТАТИМАМОТАТИМАМОТАТИМАМ.....

Коя буква стои на 198^{o} място?

а/ Т; б/ О; в/ И; г/ друг отговор.

Зад. 6: Ако увеличим дължината на даден правоъгълник с 3 см, а широчината му – с 5 см, ще получим квадрат с лице 81 кв. см. Да се намери лицето на правоъгълника?

а/ 15 кв. см; б/ 24 кв. см; в/ 168 кв. см; г/ друг отговор.

Зад. 7: В Москва в деня на зимното слънцестоене (23 декември) денят е с 10 часа по-къс от нощта. Определете кога изгрява Слънцето, ако то залязва в 15 часа 48 минути.

а/ 5 ч 48 мин; б/ 6 ч 48 мин; в/ 7 ч 48 мин; г/ друг отговор.

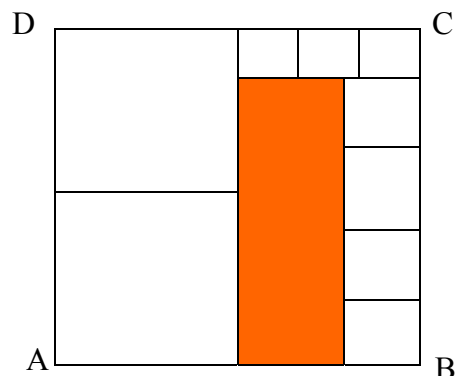
Зад. 8: В една кутия има 70 топки за украса на коледната елха. От тях 20 са сини, 20 червени, 20 жълти и останалите 10 – бели и зелени. Какъв най-малък брой топки трябва да извадим от от кутията, за да сме сигурни, че между тях има поне 10 от един и същи цвят?

а/ 38; б/ 40; в/ 10; г/ друг отговор.

Зад. 9: В три бидона има общо 30 литра мляко. След като от първия прелели във втория 4 л, от втория прелели в третия 2 л и от третия в първия 3 л, се оказало, че в трите бидона има едно и също количество мляко. Намерете по колко литра мляко е имало първоначално във всеки от трите бидона.

а/ 9, 12, 9; б/ 9, 8, 13; в/ 11, 8, 11; г/ друг отговор.

Зад. 10 Даден е квадрат ABCD със страна 24 см. Във вътрешността му са начертани последователно два еднакви квадрата, опиращи се до страната AD, три еднакви квадрата, опиращи се до страната CD, четири еднакви квадрата, опиращи се до страната BC. Коя е по-голяма – обиколката на оцветения правоъгълник или обиколката на един от първите два квадрата?



Отговори:

Зад. 1: в

Зад. 2: б

Зад. 3: в

Зад. 4: г – друг отговор - 105 точки

Зад. 5: г – друг отговор А

Зад. 6: б

Зад. 7: г – друг отговор - 8 ч 48 мин

Зад. 8: а

Зад. 9: в

Зад. 10.

Решение: Всеки от първите два квадрата има страна $24:2=12$ см (1 т.) и обиколка $4 \cdot 12=48$ см.(2 т.)

Вторите три квадрата имат страна $12:3=4$ см (1 т.). Тогава дължината на правоъгълника е $24-4=20$ см.(2 т.)

Последните четири квадрата са със страна $20:4=5$ см. (1 т.) Тогава широчината на правоъгълника е $12-5=7$ см (3 т.) , а обиколката му е $2 \cdot 20+2 \cdot 7=54$ см.(2 т.) Тъй като $48 < 54$, то обиколката на квадрата е по-малка от обиколката на оцветения правоъгълник.(3 т.)

Секция “Изток” – СМБ
КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 11.12.2010 г.
5 клас

Времето за решаване е 120 минути.

Регламент: Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. “Друг отговор” се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.

Организаторите Ви пожелават успех?

Име.....училище.....град.....

1 зад. Колко от резултатите $3,81 + 2,18 =$; $12,09 - 5,9 =$; $19,7 \cdot 0,3 =$; $3,5 + 7,9 - 5,39 =$; и $2,945 : 0,5 =$; са по-големи от 5,9 и по-малки от 6,1 ?

а) 2 б) 4 в) 3 г) друг отговор

2 зад. Ако $5,795 - (x - 89,6) = 4,095$ то x е:

а) 91,3 б) 9,13 в) 87,9 г) друг отговор

3 зад. През първия ден на поход Иванчо изминал 9,5 км, през втория ден с 2,6 км повече от първия, а през третия с 700 метра по-малко от втория ден. За трите дни Иванчо е изминал:

а) 23,5км б) 33км в) 21,6км г) друг отговор

4 зад. Сумата на 107 естествени числа е 108. Произведението на тези числа е:

а) 1 б) 2 в) 105 г) друг отговор

5 зад. Три кокошки за три дни снасят три яйца. Колко яйца ще снесат шест кокошки за шест дни ?

а) 6 б) 18 в) 36 г) друг отговор

6 зад. От дъска с дължина 4м са отрязани две парчета по 1,3 метра и още две с по 70 см по-къси.

От четирите парчета е направена правоъгълна рамка, обиколката на която е:

а) 3,2м б) 3,8м в) 2,5м г) друг отговор

7 зад. Петър имал 30 монети по 10 ст. и по 20 ст. на обща стойност 4,10 лв. Той похарчил 2,30 лв. използвайки 15 монети. Колко монети по 20 ст. са му останали.

а) 4 б) 2 в) 5 г) друг отговор

8 зад. Правоъгълник с обиколка 14дм е разделен на четири еднакви квадрата. Лицето на правоъгълника в квадратни см е:

а) 10 б) 120 в) 1200 г) друг отговор

9 зад. От Русе за Силистра тръгнала лодка със собствена скорост 9,4 км /ч. В същото време от Русе за Видин тръгнал кораб със собствена скорост 23,2 км/ч. На какво разстояние ще бъдат след 3,4 часа, ако скоростта на течението е 2,5 км/ч?

а) 110,84км б) 1108,4км в) 32,6км г) друг отговор

10 зад. Дадени са пет пакета за които се знае че: първият и вторият тежат 120кг, вторият и третият тежат 135кг, третият и четвъртият тежат 115кг, четвъртият и петият тежат 80кг, а първият, третият и петият тежат 160кг. Колко кг тежи всеки пакет?

Отговори и решения:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
в)	а)	б)	б)	г) 12	б)	г)3	г) 784	а)	55;65;70;45;35

1 зад. В посочения интервал са : $3,81 + 2,18$; $19,7 \cdot 0,3$ и $3,5 + 7,9 - 5,39$

2 зад. $X - 89,6 = 1,7$ $X = 1,7 + 89,6$ $X = 91,3$

3 зад. Втори ден $9,5 + 2,6 = 12,1$ км; Трети ден $12,1 - 0,7 = 11,4$ км; За трите дни $9,5 + 12,1 + 11,4 = 33$ км

4 зад. Досещането се състои във факта, че за да съберем 107 естествени числа и да получим сбор 108, трябва да събираме само числата 1 и 2. "Преводът" на казаното на математически език изглежда така : $(106 \cdot 1 + 1 \cdot 2) = 106 + 2 = 108$

Задачата изисква да намерим произведението на тези събираеми - т.е. да умножим 106 пъти числото 1 само на себе си и това получено произведение да умножим с второто събираемо – числото 2. Следователно, верният отговор е б).

5 зад. Освен двойното увеличение на кокошките, има и двойно увеличение на дните. Следователно, броят на яйцата ще се увеличи 4 пъти, т.е. верният отговор е б) .

6 зад. Изразяват 70 см като 0,7 м. Дължините на двете парчета са $1,3 - 0,7 = 0,6$ м. Обиколката на рамката е $2 \cdot 1,3 + 2 \cdot 0,6 = 3,8$ м

7 зад. Ако всички монети са по 10 ст няма да достигнат 11 монети от което следва, че е имал 11 монети по 20 ст. Ако 15 монети са по 10 ст няма да достигнат 8 монети, от което следва че изхарчил 8 монети по 20 ст и останали 3 монети.

8 зад. Обиколката е 14 дм = 140 см. Дължината на правоъгълника трябва да бъде 4 пъти по-голяма от широчината $x + 4x = 70$ $x = 14$ $4x = 56$. Лицето е $14 \cdot 56 = 784$ кв. см.

9 зад. Трябва да съобразят, че от Русе към Силистра се пътува по течението и скоростта ще бъде $9,4 + 2,5 = 11,9$ км/ч, а от Русе към Видин е срещу течението и скоростта е $23,2 - 2,5 = 20,7$ км/ч.

Разстоянието след 3,4 часа ще бъде $20,7 \cdot 3,4 + 11,9 \cdot 3,4 = 110,84$ км.

10 зад. Означаваме теглото на петия с x . Третият е $x + 35$, а първият $x + 20$.

От уравнението $3x + 55 = 160$ получаваме $x = 35$ кг. След заместване в условието се получават: 55;65;70;45;35

Секция “Изток” – СМБ
КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 11.12.2010 г.
6 клас

Времето за решаване е 120 минути.

Регламент: Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. “Друг отговор” се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.

Организаторите Ви пожелават успех?

Име.....училище.....град.....

1 зад. От числото -60 извадете най-малкото цяло число, което е по-голямо от числото $-2,6$. Полученото число умножете с противоположното на $\frac{1}{29}$. Числото, което се получава е:

- а) $\frac{57}{29}$ б) $\frac{62}{29}$ в) $\frac{63}{29}$ г) друг отговор

2 зад. Фирма произвежда чанти. През първия ден били изработени 750 чанти, а през втория – с 16% повече. Колко чанти е произвела фирмата през третия ден, ако $\frac{15}{16}$ от броят им е равен на чантите, произведени през втория ден.

- а) 128 б) 864 в) 928 г) друг отговор

3 зад. В резервоар, имащ форма на куб и пълен до половината с вода, се съдържат 4000 л вода. На колко квадратни метра е равно лицето на дъното на резервоара?

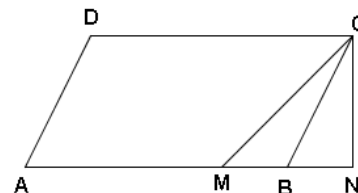
- а) 2 б) 4 в) 16 г) друг отговор

4 зад. Точката M върху числовата ос е образът на най-голямото цяло двуцифрено отрицателно число, точката N е образът на най-малкото цяло двуцифрено положително число. Точката P е между точки M и N и дължината на отсечката MP е $\frac{3}{5}$ от дължината на отсечката PN . На кое число е образ точката P ?

- а) $-7,5$ б) $-2,5$ в) 4 г) друг отговор

5 зад. На чертежа $ABCD$ е успоредник, а $ANCD$ е правоъгълен трапец, $AB = 2MN$ и лицето на $\triangle MNC$ е 5 cm^2 . На колко квадратни сантиметра е равно лицето на успоредника $ABCD$?

- а) 10 б) 15 в) 20 г) друг отговор



6 зад. Стойността на израза $\frac{10^{2010}}{2^{2008} \cdot 5^{2009}} + \frac{2^9 + 2^3}{5 \cdot 13} - \frac{3^7 \cdot 9^{16}}{81^9}$ е:

- а) 1 б) 9 в) 25 г) друг отговор

7 зад. В 10 часа двама велосипедисти тръгнаха един срещу друг от пунктове A и B . Всеки от тях се движил с постоянна скорост. Първият пристигнал в B в 13 часа, а вторият пристигнал в A в 13 часа и 45 минути. В колко часа те са се срещнали?

- а) 11 часа и 05 мин. б) 11 часа и 15 мин. в) 11 часа и 30 мин. г) друг отговор

8 зад. Георги има 160 еднакви кубчета с дължина на ръба 1 см. С част от тях той построил възможно най-голям куб. От останалите (може и не всички), отново построил възможно най-голям куб и го поставил върху първия. Намерете лицето на повърхнината на полученото тяло.

- а) 170 cm^2 б) 186 cm^2 в) 204 cm^2 г) друг отговор

9 зад. На три картончета са написани двуцифрените числа 37, 96 и x . Ако се съберат всички шестцифрени числа, които се получават при поставянето на картончетата в различен ред едно до друго, ще се получи сбор 3717168. Кое е числото x ?

- а) 26 б) 36 в) 46 г) друг отговор

10 зад. Математическо списание излиза всеки месец по веднъж и публикува във всеки брой по 5 конкурсни задачи. Те се номерират последователно с числата 1, 2, 3, ... още от първия брой на списанието. В брой 8 от 1987 година са публикувани задачи с номера 1056, 1057, 1058, 1059 и 1060. През коя година е публикувана задача, чийто номер съвпада с годината на публикуване?

Отговори: 1 г) 2; 2в); 3б); 4б); 5в); 6а); 7г) 11 часа и 40 мин.; 8б); 9г) 51

Решения:

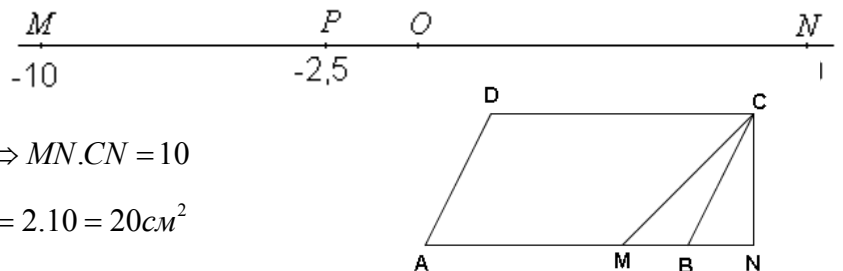
1 зад. $(-60 - (-2)) \cdot (-\frac{1}{29}) = -58 \cdot (-\frac{1}{29}) = 2$

2 зад. Изработените чанти през втория ден са $\frac{16}{100} \cdot 750 + 750 = 120 + 750 = 870$. Ако чантите, изработени през третия ден означим с x получаваме уравнението $\frac{15}{16}x = 870, x = 928$

3 зад. $V = a.a.\frac{a}{2} = 4000\text{дм}^3 \Rightarrow a^3 = 8000 \Rightarrow a = 20\text{дм}$

$S = a.a = 20.20 = 400\text{дм}^2 = 4\text{м}^2$

4 зад. Точката M е образът на (-10) , точката N е образът на 10 следователно дължината на отсечката MN е 20 . $MP = \frac{3}{5}NP = \frac{3}{5}(20 - MP) \Rightarrow MP = 7,5$. Тъй като дължината на $MO = 10$ то дължината на PO ще е $2,5$ или точка P е образ на $-2,5$.



5 зад. $S_{ABCD} = AB.CN$; $S_{\Delta MNC} = \frac{MN.CN}{2} \Rightarrow MN.CN = 10$

$AB = 2MN \Rightarrow S_{ABCD} = AB.CN = 2.MN.CN = 2.10 = 20\text{см}^2$

6 зад.

$$\frac{10^{2010}}{2^{2008} \cdot 5^{2009}} + \frac{2^9 + 2^3}{5 \cdot 13} - \frac{3^7 \cdot 9^{16}}{81^9} = \frac{10^{2010}}{(2.5)^{2008} \cdot 5} + \frac{2^3(2^6 + 1)}{5 \cdot 13} - \frac{3^{39}}{3^{36}} = \frac{10^2}{5} + \frac{2^3 \cdot 65}{65} - 3^3 = 20 + 8 - 27 = 1$$

7 зад. Първият велосипедист пътувал 3 часа, а втория - 3 часа и 45 минути ($3\frac{45}{60} = 3\frac{3}{4} = \frac{15}{4}$ часа).

Следователно първия изминава за 1 час $\frac{1}{3}$ от пътя, а втория $\frac{4}{15}$. Двама изминават за 1 час $\frac{9}{15}$. При

срещата двамата заедно са изминали целия път, следователно са пътували $\frac{15}{9}$ часа = $1\frac{2}{3}$ часа = 1 час и 40

минути. Следователно са се срещнали в 11 часа и 40 минути.

8 зад. Броят на кубчетата (160) е такъв, че $125 < 160 < 216$ и $125 = 5.5.5$. Следователно възможно най-големият куб, който може да се построи е с дължина на ръба $a = 5$ см. (125 кубчета). От останалите 35 кубчета ($35 > 27 = 3.3.3$) може да се построи куб с на на ръба $b = 3$ см.

След поставянето им един върху друг се получава тяло, в повърхнината на което участват по 5 от стените на двата куба и разликата от лицата на стена на големия и стена на малкия куб. Тогава

$S = 5.(a.a) + 5.(b.b) + (a.a - b.b) = 5.25 + 5.9 + (25 - 9) = 186$ кв. см.

9 зад. Можем да получим 6 числа. В тях всяко от числата 37, 96 и x заема точно два пъти една и съща позиция. Тогава сборът е $2.37.10\ 101 + 2.96.10\ 101 + 2.x.10\ 101 = 20202$. ($37 + 96 + x$). Оттук $37 + 96 + x = 3717168 : 20202 = 184$ и $x = 184 - 133 = 51$

10 зад. До края на 1987 са публикувани още 20 задачи в оставащите 4 броя. (2 точки) Така в брой 1, 1988 година ще започне с публикуването на задача $1060 + 20 + 1 = 1081$. (2 точки)

Всяка година номерата на задачите се увеличава с $12.5 = 60$, а номерата на годините с 1. (2 точки) Ако от 1988 година отчетем години, то номерата на задачите ще са увеличени от 1080 до $1080 + 60n$, а годините $1988 + n$. (2 точки) Тогава се търси такова n , за което $1080 + 60n$ е по-голямо от $1987 + n$.

(3 точки) Чрез проверка за $n = 1, 2 \dots$ се установява, че за $n = 16$ е изпълнено $1080 + 60.16 = 2040$ и е по-голямо от $1987 + 16 = 2003$ (2 точки)

Това означава, че през 2003 година са публикувани задачите с номера от 1981 до 2040, а това включва и задачата с номер 2003. (2 точки)

Секция “Изток” – СМБ
КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 11.12.2010 г.
7 клас

Времето за решаване е 120 минути.

Регламент: Всяка задача от 1 до 15 има само един правилен отговор от четири възможни (отбелязани с а), б), в) и г)). За част от задачите от 16 до 40 също са дадени четири възможни отговора. На останалите задачи не са дадени отговори и те трябва да бъдат намерени. Всички отговори се попълват в листа за отговори. За всяка тестова задача се зачертава със знак “X” отговора, който се приема за верен. Отговорите на останалите задачи се записват на празните места в листа за отговори. Задачите от 1 до 15 се оценяват с по 1 точка, задачите от 16 до 30 се оценяват с по 2 точки, задачите от 31 до 40 се оценяват с по 3 точки. Неправилните решения и задачите без отговор се оценяват с по 0 точки.

Организаторите Ви пожелават успех?

Име.....училище.....град.....

1 зад. Броят на всички естествени числа, които са едновременно делители на числата 28 и 42, е равен на:
а) 3; б) 4; в) 5; г) 6

2 зад. Многочленът $8a^3b^6 - c^3$ се разлага на множители по следния начин:

а) $(4a^2b + c)(4ab^2 - c)$; б) $(2ab - c^2)(4a^2 - c)$; в) $(2ab + c)(2ab - c^2)$; г) $(2ab^2 - c)(4a^2b^4 + 2ab^2c + c^2)$

3 зад. Лъчът OL разполовява $\angle AOB = 72^\circ$, а лъчът OC разделя $\angle AOB$ на два ъгъла, единият от които е с 10° по-голям от другия. Да се намери $\angle COL$.

а) 15° ; б) 5° ; в) 10° ; г) 12°

4 зад. Стойността на израза $2 + \frac{2}{2 + \frac{2}{2 + \frac{2}{3}}}$ е равна на:

а) $2\frac{2}{3}$; б) $2\frac{7}{9}$; в) $3\frac{2}{7}$; г) $2\frac{8}{11}$

5 зад. Колко са целите числа x , за които изразът $x^2 - 5$ приема отрицателна стойност?

а) 6; б) 2; в) 5; г) 1

6 зад. Основата на права призма е правоъгълен триъгълник, а произведението на катетите му е 10. Ако обемът на призмата е равен на 30 кв-см., нейната височина е равна на:

а) 9 см; б) 15 см; в) 48 см; г) 54 см;

7 зад. Турист изминал пътя от Симеоново до Княжево за 2 часа, а на връщане намалил скоростта си с 2 км/ч и изминал същото разстояние за 3 часа. Тогава пътят от Симеоново до Княжево има дължина:

а) 10 км; б) 12 км; в) 11 км.; г) 8 км.

8 зад. Стойността на израза $\frac{5^{6+n}}{5^{4+n}} - 2^{2+k} \cdot 2^{3-k}$ е равна на:

а) 7; б) - 7; в) 5; г) - 5

9 зад. Ако единият от ъглите на триъгълник е равен на удвоения сбор на другите два ъгъла, то триъгълникът е:

- а) тъпоъгълен; б) правоъгълен; в) остроъгълен; г) равнобедрен

10 зад. Колко са дробите със знаменател $2.5 \cdot 11^2$, които са между $\frac{9}{11}$ и $\frac{10}{11}$?

- а) 99; б) 105; в) 109; г) 111

11 зад. В две цистерни има по 120 л мляко. От едната продали 33 %, а от другата – 47% от млякото. Колко литра мляко е останало общо в двете цистерни?

- а) 96 л; б) 114 л; в) 144 л; г) 108 л

12 зад. Сборът от дължините на две от страните на триъгълник е 13 см., а височините към тях са 12 см и 14 см. Намерете лицето на триъгълника.

- а) 42 кв.см; б) 168 кв.см; в) 156 кв.см.; г) 84 кв.см.

13 зад. Резултатът от разлагането на многочлена $(2a - b)^2 - 4b^2$ на множители е:

- а) $(2a - 2b)(2a + 2b)$; б) $(2a + b)(2a - 2b)$; в) $(2a - b)(a + 2b)$; г) $(2a - 3b)(2a + b)$

14 зад. Лицето на стената на куб е 25 кв.см, а на стената на друг куб – 625 кв.см. Тогава обемите на двата куба се отнасят както:

- а) 1:125; б) 1:25; в) 1:15; г) 1:5

15 зад. Колко са целите числа, за които $|x| \leq 3$?

- а) 3; б) 4; в) 6; г) 7

16 зад. Стойността на израза $\left(1 - \frac{1}{10}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{11}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{12}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{29}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{30}\right)$ е:

17 зад. Най-малкото от числата $3^6, 5^4, 10^3, 26^2$ е:

- а) 3^6 б) 5^4 в) 10^3 г) 26^2

18 зад. Три от стените на правоъгълен паралелепипед имат периметри 16 см, 22 см и 26 см. Обемът на паралелепипеда е равен на:

19 зад. Ако уравнението $x^2 - (a + 2)x + 5a - 1 = 0$ има корен $x = 1$ то стойността на параметъра a е равна на:

- а) $-\frac{1}{3}$; б) 0; в) $\frac{1}{3}$; г) $\frac{1}{2}$

20 зад. Разликата на квадратите на две числа е 175, а разликата на числата е 5. По-малкото число е:

- а) 8; б) 15; в) 20; г) 35

21 зад. Дължините на страните на правоъгълник са цели числа, а лицето му е 20 кв.см. Каква е най-малката възможна стойност на обиколката на правоъгълника?

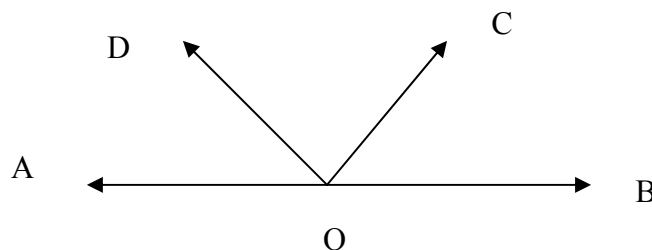
- а) 18 см; б) 24 см; в) 32 см.; г) 42 см.

22 зад. Произведението на две естествени числа е равно на 192. Ако едното число се намали 4 пъти, а другото се увеличи с 18, стойността на произведението се запазва. Намерете сбора на двете числа.

- а) 38; б) 60; в) 28; г) 40

23 зад. Да се приведе в нормален вид израза $(x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)(x^4 + 1)(x^8 + 1)$.

24 зад. На чертежа $\angle AOC = 130^\circ$ и $\angle BOD = 110^\circ$. Намерете отношението $\angle AOB : \angle COD$.



- а) 11:6 б) 2:1
в) 3:1 г) 12:7

25 зад. Намерете естествените делители на числената стойност на израза $33^2 - 14^2$.

26 зад. За да може многочленът $8a^2 + ay - 72a + A$ да се разложи на произведение на двучлени чрез групиране, на мястото на **A** трябва да се постави изразът:

- а) $9y$; б) $-9y$; в) $72y$; г) $8y$.

27 зад. Два от ъглите в триъгълник се отнасят както 1:9, а третият ъгъл е $\frac{4}{5}$ от сумата им. Да се намерят външните ъгли на триъгълника.

28 зад. Най-голямата стойност на израза $A = -x^2 - 2x + 5$ е:

- а) 0; б) 4; в) 6; г) няма най-голяма стойност

29 зад. Правоъгълен паралелепипед с размери 4 см, 6 см и 8 см е боядисан, след което е нарязан на кубчета със страна 1 см. Колко от получените кубчета нямат боядисана стена?

- а) 88; б) 114; в) 96; г) 48

30 зад. Диагоналът на даден квадрат е страна на друг квадрат. Отношението на лицата на двата квадрата е:

- а) 4:1; б) 3:1; в) 3:2; г) 2:1

31 зад. Да се разложи изразът $a^2b - b + ab^2 - a$ на множители и се намери стойността му за

$$a = -1\frac{5}{8}, b = -\frac{8}{13}.$$

32 зад. В математическо състезание Ангел и Васил получили заедно 40 точки, Васил и Милен – 50 точки, Милен и Георги – 90 точки, Георги и Делян 100 точки, Делян и Ангел – 60 точки. Колко точки е получило всяко от момчетата (Ангел, Васил, Милен, Георги и Делян).

33 зад. Пита кашкавал има форма на правоъгълен паралелепипед с измерения 5 см, 8 см и 12 см. Отрязано е парче с дебелина 3 см, така че останалото парче да има най-голям обем. Какъв е обемът на останалото парче?

- а) 120 куб.см; б) 240 куб.см; в) 360 куб.см.; г) 400 куб.см.

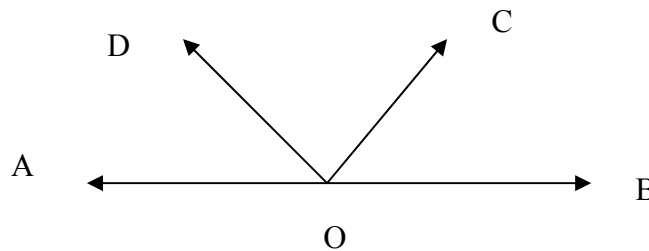
34 зад. Да се определи знакът на числото b , ако за рационалните числа A и B се знае, че са с еднакви знаци и $A = (-11)^{2009} \cdot a^3 b^5 c^7$ и $B = (-2)^{2010} \cdot a^{11} b^6 c^9$ където a, b и c са ненулеви рационални числа.

35 зад. Ако $a * b = \frac{a^2 - b^2}{a.b}$, то $(3a) * (3b)$ е равно на:

- а) $\frac{a^2 - b^2}{ab}$; б) $\frac{3a^2 - 3b^2}{ab}$; в) $\frac{a^2 - b^2}{3ab}$; г) $\frac{9(a^2 - b^2)}{ab}$ а)

36 зад. На чертежа $\angle AOC = 110^\circ$; $\angle BOD = 130^\circ$.
Намерете отношението $\angle COD : \angle AOB$.

- а) 1:2 б) 6:11 в) 7:12 г) 1:3



37 зад. Многочленът $x^4 + x^2 + 1$ се разлага на множители по следния начин:

- а) $(x^2 + 1)^2$; б) $(x^2 - 1)(x^2 + 1)$; в) $(x - 1)(x^3 + x + 1)$; г) $(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$

38 зад. В тъждеството $54a^2b^3 - X = Y(9b^2 - 5a^2)$ X и Y са неизвестни едночлени. X е равен на:

39 зад. Даден е $\triangle ABC$. Точките M и N лежат на страната AB и $AM = MN = NB$, а точката P е среда на страната AC. Ако лицето на $\triangle AMP$ е 2 кв.см., да се намери лицето на $\triangle ABC$.

- а) 12 кв.см.; б) 9 кв.см.; в) 6 кв.см.; г) 4 кв.см.

40 зад. Ако m и n са различни от 0 рационални числа с еднакви знаци, то изразът $m^3(3n + 1) - mn^2 + mn^2(3n + 1) - m^3$ приема:

- а) само неотрицателни стойности; б) само отрицателни стойности;
в) положителни или отрицателни стойности в зависимост от знаците на m и n;
г) само положителни стойности.

Времето за решаване е 120 минути.

Регламент: Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. "Друг отговор" се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.

Организаторите Ви пожелават успех?

Име.....училище.....град.....

Зад. 1. На коледно тържество в училище всеки от 8^б клас се е ръкувал с всеки друг от същия клас по веднъж. Регистрирани са 78 ръкувания между момчета и 91 – между момичета. Колко са ръкуванията между момче и момиче?

- а) 27 б) 182 в) 91 Г) друг отговор

Зад. 2. Стойността на израза $(\sqrt{27} + \sqrt{0,48} - \sqrt{1,47}) : \sqrt{3} + (\sqrt{28} + \sqrt{0,0175})\sqrt{7}$ е:

- а) 17,05 б) 14,35 в) 2,7 Г) друг отговор

Зад. 3. Сборът на по-малките корени на уравненията $x^2 = 13$; $3y^2 - y - 1 = 0$ е:

- а) $\frac{5\sqrt{13} + 1}{6}$ б) $\frac{1}{6}$ в) $1 - 2\sqrt{13}$ г) друг отговор

Зад. 4. В равнобедрен триъгълник ABC ($AC = BC$) е прекарана височината CD ($D \in AB$).

Върху CD е взета точката E така, че $CE : ED = 1 : 2$. Правата през A и E пресича BC в точката F .

Ако $CF = 2$ см, то дължината на BC е:

- а) 6 б) 8 в) 10 г) друг отговор

Зад. 5. Сумата $\frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2008} + \sqrt{2009}} + \frac{1}{\sqrt{2009} + \sqrt{2010}}$ е равна на:

- а) $1 - \sqrt{2010}$ б) $1 - \frac{1}{\sqrt{2010}}$ в) $1 + \frac{1}{\sqrt{2010}}$ г) друг отговор

Зад. 6. $ABCD$ е квадрат със страна a , M е средата на CD , а N е пресечната точка на AC и BM . Лицето на ΔABN е:

- а) $\frac{a^2}{4}$ б) $\frac{a^2}{3}$ в) $\frac{2a^2}{3}$ г) друг отговор

Зад. 7. Числената стойност на израза $\sqrt{9 - 4\sqrt{5}} + \frac{3}{\sqrt{5} + 2}$ е:

- а) $4(\sqrt{5} - 2)$ б) $2(\sqrt{5} - 2)$ в) 0 г) друг отговор

Зад. 8. В склад се съхранявали 100 кг краставици, които съдържат 99 % вода. От съхранението водата в краставиците намалела на 98 %. Колко килограма краставици е имало в склада след съхранението?.

- а) 99 кг б) 98 кг в) 90 кг г) друг отговор

Зад. 9. В триъгълника ABC точките M и N са среди съответно на страните AC и BC , а точките P и Q делят страната AB на три равни части, като P е между A и Q . Ако $MP = NQ$, то ΔABC е:

- а) равнобедрен б) равноностранен в) разностранен г) друг отговор

Зад. 10. Дадено е уравнението $2x^2 - (2k - 5)x + k - 3 = 0$, където k е реален параметър.

За кои стойности на k ;

а) Числото (-3) е корен на уравнението.

б) Сборът от квадратите на корените му е равен на $\frac{5}{16}$?

ОТГОВОРИ: 8 клас

Зад.1. б); Зад. 2. а); Зад. 3. г) $\left(\frac{1-7\sqrt{13}}{6}\right)$; Зад. 4. в); Зад. 5. г) $\sqrt{2010}-1$; Зад. 6. б); Зад. 7. а);

Зад. 8. г) 50; Зад. 9. а) Зад. 10. а) 0; б) $\frac{11}{4}; \frac{13}{4}$

Кратки решения:

Зад. 1. Нека x са броя на момчетата, а y броя на момичетата. Ръкуванията само между момчетата са: $\frac{x(x-1)}{2} = 78 \Rightarrow x = 13$. Ръкуванията само между момичетата са $\frac{y(y-1)}{2} = 91 \Rightarrow y = 14$. Ръкуванията между момче и момиче са $x \cdot y = 13 \cdot 14 = 182$

Зад. 2. $\left(3\sqrt{3} + \frac{4}{10}\sqrt{3} - \frac{7}{10}\sqrt{3}\right) : \sqrt{3} + \left(2\sqrt{7} + \frac{5}{100}\sqrt{7}\right) \cdot \sqrt{7} = 3 + \frac{4}{10} - \frac{7}{10} + 2 \cdot 7 + \frac{5}{100} \cdot 7 = 17,05$

Зад. 3. $x_{1,2} = \pm\sqrt{13}$; $y_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{6} \Rightarrow x_2 + y_2 = -\sqrt{13} + \frac{1 - \sqrt{13}}{6} = \frac{1 - 7\sqrt{13}}{6}$

Зад. 4. Нека T, P е такава, че $DP = PE$ и през точките P и D прекарваме отсечките PQ и DR успоредни на AF . Отсечката EF е средна отсечка в $\Delta PQC \Rightarrow CF = FQ = 2$. Отсечката PQ е средна основа на трапеца $DRFE$ и $QR = FQ = 2$ см. Тъй като ΔABC е равнобедрен, то $AD = DB \Rightarrow DR$ е също средна отсечка в ΔAFB и $BR = RF = 4$ см. Следователно $BC = 10$ см.

Зад.5. Сумата

$$\frac{1}{\sqrt{1+\sqrt{2}}} + \frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2008+\sqrt{2009}}} + \frac{1}{\sqrt{2009+\sqrt{2010}}} = \frac{1}{\sqrt{1+\sqrt{2}}} \cdot \frac{\sqrt{1-\sqrt{2}}}{\sqrt{1-\sqrt{2}}} + \frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}} \cdot \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{\sqrt{2-\sqrt{3}}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2009+\sqrt{2010}}} \cdot \frac{\sqrt{2009-\sqrt{2010}}}{\sqrt{2009-\sqrt{2010}}} = \sqrt{2010} - 1$$

Зад. 6. Точка N е на равни разстояния от страните CM и BC , но $BC = 2CM \Rightarrow S_{BCN} = 2S_{CMN}$.

$$S_{BCM} = \frac{1}{4}a^2 \Rightarrow S_{BCN} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4}a^2 = \frac{a^2}{6}. S_{ABN} = S_{ABC} - S_{BCN} = \frac{a^2}{2} - \frac{a^2}{6} = \frac{a^2}{3}$$

Зад. 7. $\sqrt{9-4\sqrt{5}} + \frac{3}{\sqrt{5}+2} = \sqrt{5-2 \cdot 2\sqrt{5}+4} + \frac{3(\sqrt{5}-2)}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)} = \sqrt{5}-2 + 3(\sqrt{5}-2) = 4(\sqrt{5}-2)$

Зад. 8. От 99 % вода \Rightarrow 1% е сухо вещество краставици, което е 1 кг. Нека след съхранението краставиците са x кг, а сухото вещество е 2%. Следователно $2\% \cdot x = 1 \Rightarrow x = 50$ кг.

Зад. 9. От $CN = NB$ и $BQ = QP$, следва че NQ е средна отсечка в ΔBPC . От $AM = MC$ и $AP = PQ$, следва, че MP е средна отсечка в ΔAQC . Тогава $CP = 2NQ$ и $CQ = 2MP$, откъдето $CP = CQ$, т.е. ΔPQC е равнобедрен и $CT \perp PQ$, където T е средата на PQ . Но T е средата и на AB и $CT \perp AB$. Следователно CT е височина и медиана на триъгълника ABC , т.е. е равнобедрен.

Зад. 10. Дискриминанта $D = (2k-5)^2 - 8(k-3) = (2k-7)^2$ е точен квадрат и се анулира при $k = \frac{7}{2}$

а) Заместваме $x = -3$ в $2x^2 - (2k-5)x + k-3 = 0 \Rightarrow 2(-3)^2 - (2k-5)(-3) + k-3 = 0 \Rightarrow k = 0$

б) Корените на уравнението са $x_1 = \frac{1}{2}$, $x_2 = k-3$. Тогава $x_1^2 + x_2^2 = \frac{1}{4} + (k-3)^2 = \frac{5}{16} \Rightarrow k_1 = \frac{13}{4}; k_2 = \frac{11}{4}$.

Отговори 9 клас

1.А); 2.В; 3.А; 4.Г) 3; 5.Б; 6.Г) $\frac{|a-b|}{2}$ 7.Г) 4 8 Г) 2; 9. Г) 4

10. Напр.

а) $x^4 + x^2 + 1 = 0$

б) $x^4 = 0$

в) $x^4 - 1 = 0$

г) $x^4 - x^2 = 0$

д) $x^4 - 4x^2 + 1 = 0$

Секция “Изток” – СМБ
КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 11.12.2010 г.
10 клас

Времето за решаване е 120 минути.

Регламент: Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. “Друг отговор” се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.

Организаторите Ви пожелават успех?

Име училище град

1 зад. Колко от числата $2, (3); -\sqrt{256}; \pi - 3,14; \frac{22}{7}$ и $(1 - \sqrt{2})^2$ са ирационални?

А) 0; Б) 1; В) 2; Г) друг отговор _____

2 зад. Ако графиката на функцията $y = 3x^2 - 4ax + 2$ има ос на симетрия правата, която минава през точката $A(2; -2)$, то стойността на a е:

А) 3; Б) -3; В) 2; Г) друг отговор _____

3 зад. Върхът на параболата $y = -3x^2 - 6x - 2$ е точката $V(x_0, y_0)$. Стойността на $x_0 + y_0$ е:

А) 2; Б) 7; В) -11; Г) друг отговор _____

4 зад. Броят на реалните корени на уравнението $x^2\sqrt{1-x} = 3x\sqrt{1-x}$ е:

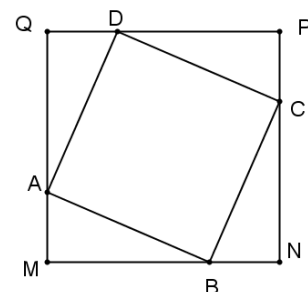
А) 1; Б) 2; В) 3; Г) друг отговор _____

5 зад. Броят на целите числа, които са решения на неравенството $\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 4} \leq 0$ е:

А) 3; Б) 4; В) 5; Г) друг отговор _____

6 зад. Ако точките А, В, С и D делят страните на квадрата MNPQ в отношение 2:1, то отношението MN:AB е равно на:

А) $\sqrt{5} : 2$; Б) $3 : 2$; В) $2 : \sqrt{3}$; Г) друг отговор _____



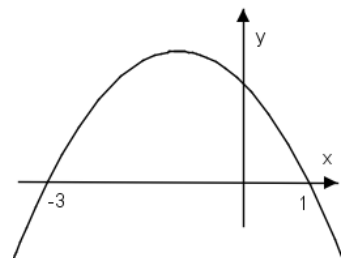
7 зад. Ако $tg \alpha = \sqrt{2}$, то стойността на израза $\frac{1}{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha} + \frac{3 \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{3 \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}$ е равна на:

А) 8; Б) 12; В) -2; Г) друг отговор _____

8 зад. Графиката на квадратната функция $y = ax^2 + bx + c$ е скицирана на чертежа.

Знаците на a, b и c в този ред са:

А) —, —, —; Б) —, +, +; В) +, —, +; Г) друг отговор _____



9 зад. Едната страна на правоъгълен триъгълник се различава с 3 см от другите две.

Лицето на триъгълника в cm^2 е равно на:

А) 54; Б) $13,5 + 9\sqrt{2}$; В) $9\sqrt{2} - 13,5$; Г) друг отговор _____

10 зад. Да се намерят стойностите на реалния параметър a , за които сумата $x_1^2 + x_2^2$ приема най-голяма стойност, където x_1 и x_2 са реалните корени на уравнението $x^2 - (a-1)x + a^2 - 7a + 14 = 0$.

Отговори: 1В; 2А; 3Г, 0; 4Б; 5В; 6Г, $3 : \sqrt{5}$; 7А; 8Б; 9Г, 54 или $13,5 + 9\sqrt{2}$

Решение на 10 задача:

Получена $D = -3a^2 + 26a - 55$ 2т.

решено неравенството $D \geq 0$ и получено $11/3 \leq a \leq 5$ 3т.

написани формулите на Виет: $x_1 + x_2 = a - 1$, $x_1 x_2 = a^2 - 7a + 14$ 2т.

получено $x_1^2 + x_2^2 = -a^2 + 12a - 27$ 3т.

намерено $a_0 = 6$ 3т.

установено, че $a_0 \notin [11/3; 5]$ и че най-голямата стойност е при $a = 5$ 2т.

Павлин Цонев, Плевен
ptsonev@yahoo.com

Секция “Изток” – СМБ
КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 11.12.2010 г.

11 клас

Времето за решаване е 120 минути.

Регламент: Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. “Друг отговор” се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.

Организаторите Ви пожелават успех!

Име.....училище.....град.....

Зад 1. Стойността на сумата $S = 3 + 7 + 11 + 15 + \dots + 55$ е равна на:

- а) 812; б) 406; в) не може да се определи; г) друг отговор.

Зад 2. Разстоянието между пресечните точки на графиката на функцията $f(x) = x^2 - 6x - 7$ с абсцисната ос е:

- а) 5; б) 6; в) 7; г) друг отговор.

Зад 3. Градусните мерки на ъглите на триъгълник образуват аритметична прогресия. Колко градуса е най-големият ъгъл, ако той е 5 пъти по-голям от най-малкия?

- а) 60° ; б) 90° ; в) 100° ; г) 120° .

Зад 4. Стойността на $\log_3 \frac{3^3 \sqrt[3]{81}}{\sqrt{27}}$ е:

- а) $\frac{5}{6}$; б) $\frac{2}{3}$; в) $\frac{1}{2}$; г) друг отговор.

Зад 5. В телефонния номер $638*3*$ са изтрити две цифри. Каква е вероятността случайно избран номер от този вид да се дели на 9 и 5?

- а) 1:50; б) 1:100; в) 2:90; г) друг отговор

Зад 6. Дължините на страните на триъгълник са 1, 2 и $\sqrt{7}$. Най-големият ъгъл на триъгълника е:

- а) 60° ; б) 90° ; в) 135° ; г) друг отговор

Зад 7. За функцията $f(x) = ax^2 + bx + c$, чиято графика е на фигурата е изпълнено:

- а) $a > 0, b < 0, c > 0$; б) $a < 0, b > 0, c > 0$;
в) $a < 0, b < 0, c > 0$; г) друг отговор.



Зад 8. $ABCD$ ($AB \parallel CD$, $AD \perp AB$) е правоъгълен трапец с периметър 12 и $\angle ABC = 30^{\circ}$. Ако лицето на трапеца е максимално, то AD е равна на :

- а) $\sqrt{3}$; б) $2\sqrt{3}$; в) $3\sqrt{3}$; г) друг отговор.

Зад 9. Нека $M = 4^{\cos \alpha} - 3 \cdot 2^{\cos \alpha} + 2$, $\alpha \in [0^{\circ}, 180^{\circ}]$. Най-голямата стойност на M е :

- а) 0,75; б) 1; в) 0; г) друг отговор.

Зад 10. Дадена е функцията $f(x) = x^2 - 2x - 3$

- а) да се построи графиката на $f(x)$;
б) да се определи броя на корените на уравнението $|f(x)| = a$, в зависимост от стойностите на реалния параметър a .

Отговори 9 клас

1.Б); 2.Г 8; 3.В); 4.А); 5.А); 6.Г 120^0 ; 7.В) 8.Г 2; 9.А

Упътвания и решения:

Зад 1. Очевидно това е сбор на аритметична прогресия с $a_1 = 3, d = 4$. Броя на елементите получаваме от формулата $a_n = a_1 + (n-1)d = 3 + (n-1)4 = 4n - 1 = 55 \Rightarrow n = 14$

$$S = S_{14} = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{3 + 55}{2} \cdot 14 = 402$$

Зад 2. Пресечните точки са точно корените на уравнението, 7 и -1.

Зад 3. Нека имаме $\alpha < \beta < \gamma$, тогава $\gamma = 5\alpha, \beta = \frac{\alpha + \gamma}{2} = \frac{\alpha + 5\alpha}{2} = 3\alpha$ От сбора на ъглите в триъгълника $\Rightarrow \alpha + 3\alpha + 5\alpha = 180^0 \Rightarrow 9\alpha = 180^0 \Rightarrow \alpha = 20^0$, а $\gamma = 100^0$

$$\text{Зад 4. } \frac{3\sqrt[3]{81}}{\sqrt{27}} = \frac{3^1 \cdot 3^{\frac{4}{3}}}{3^{\frac{3}{2}}} = 3^{1 + \frac{4}{3} - \frac{3}{2}} = 3^{\frac{5}{6}}$$

Зад 5. За да се дели на 9 сборът от цифрите се дели на 9 $\Rightarrow 6+3+8+3+*+* = 20+*+*$ се дели на 9. За да се дели на 5 \Rightarrow завършва на 0 или 5. Има две възможности 638730 и 638235. Общият брой възможности е $10 \cdot 10 = 100 \Rightarrow$ вероятността е $2:100 = 1:50$.

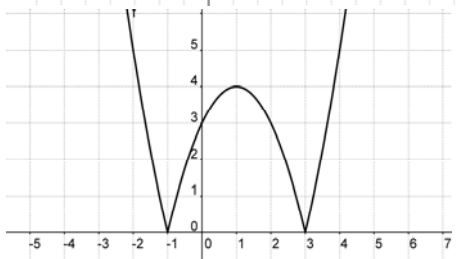
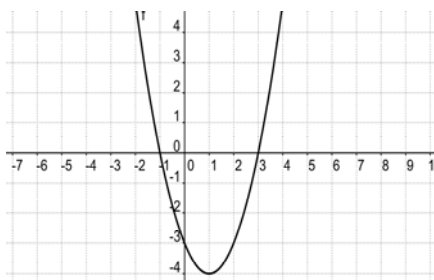
Зад 6. Най-голямата страна е $\sqrt{7}$. От косинусова теорема $\cos \varphi = \frac{1^2 + 2^2 - (\sqrt{7})^2}{2 \cdot 1 \cdot 2} = -\frac{1}{2}$

Зад 7. От вида на параболата $\Rightarrow a < 0$, от пресечната точка с ординатната ос $\Rightarrow c > 0$, от върха на параболата $-\frac{b}{2a} < 0 \Rightarrow b < 0$

Зад 8. Нека CH е височина. Означаваме $AD = CH = x, CD = AH = y$. От правоъгълния $\Delta BCH \Rightarrow BC = 2x, AB = y + x\sqrt{3}$. От периметъра $2y + x\sqrt{3} + 3x = 12 \Rightarrow 2y + x\sqrt{3} = 12 - 3x$,
 $S = \frac{(AB + CD)CH}{2} = \frac{(2y + x\sqrt{3}) \cdot x}{2} = \frac{x(12 - 3x)}{2}$. $f(x) = x(12 - 3x)$ има максимум във върха $x_0 = 2$.

Зад 9. Нека $t = 2^{\cos \alpha}, \cos \alpha \in [-1, 1] \Rightarrow t \in [\frac{1}{2}, 2]$. Най-голямата стойност на

$M(t) = t^2 - 3t + 2$ в интервала $[\frac{1}{2}, 2]$ се достига при $t = \frac{1}{2} \Rightarrow M_{\max} = M\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4}$



Зад.10. а) (5 точки) в зависимост от степента на върност и прецизност при построяването.

б) (10 точки) използваме, че от графиката на $f(x)$, може да получим графиката на $|f(x)|$ чрез симетрия на частта под Ox спрямо оста. Броят на решенията се определя от броя на пресечните точки на графиката с правата $y = a$, успоредна на Ox .

$a < 0$ няма решение,

$a = 0$ две решения

$a \in (0, 4)$ четири решения;

$a = 4$ три решения;

$a > 4$ две решения.

Задачата може да се решава и аналитично.

За всеки верен случай по 2 точки.

Стефчо Наков
Монтана

Секция “Изток” – СМБ
КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 11.12.2010г.
12 клас

Времето за решаване е 120 минути.
Организаторите Ви пожелават успех!

Име.....училище.....град.....

ПЪРВА ЧАСТ

Всяка задача има само един верен отговор. „Друг отговор” се приема за решение само ако е отбелязан верен резултат. Задачите се оценяват с по 2 точки.

1. След опростяване на израза $\frac{x^{-5}\sqrt[7]{x}}{x^{-2}x^{-\frac{6}{7}}}$ ($x \neq 0$) се получава:

а) x ; б) x^3 ; в) 1; г) друг отговор.

2. Всички цели стойности на параметъра a , за които уравнението $(a-12)x^2-2(a-12)x+3=0$ няма реални корени са:

а) 13 и 14; б) 13, 14 и 15; в) 12, 13 и 14; г) друг отговор.

3. Дефиниционната област на функцията $y = \log_5 |x^2-3x+2|$ е:

а) $x \in (-\infty, +\infty)$; б) $x \in (-\infty, 1) \cup (1,2) \cup (2, +\infty)$; в) $x \in (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$; г) друг отговор.

4. Решенията на уравнението $(x^2+5x+6)\sqrt{x+2}=0$ са:

а) -2; б) -3; в) -2 и -3; г) друг отговор.

5. Най-малкото цяло число, което е решение на неравенството $2^{x-2} > 16^{\frac{1}{x}}$ е:

а) 3; б) 2; в) 0; г) друг отговор.

6. Сборът на модата и средноаритметичното на извадката 5, 7, 1, 5, 10, 2, е:

а) 11; б) 10; в) 2; г) друг отговор.

7. Броят на различните начини, по които от 6 момчета и 4 момичета може да се образува група от 3 момчета и 3 момичета е равен на:

а) 36 ; б) 80; в) 96 г) друг отговор.

8. Диагоналите AC и BD на трапеца $ABCD$ се пресичат в точката O , а продълженията на бедрата AD и BC в точка M . Ако $DO:OB = 3:5$, то отношението $AD:DM$ е равно на:

а) 2:3; б) 3:2; в) 2:5; г) друг отговор.

9. Средната основа на трапец е 12 и дели лицето на трапеца в отношение 3:5. Дължините на основите са:

а) 5 и 15; б) 6 и 18; в) 3 и 9; г) друг отговор.

10. В остроъгълния триъгълник ABC са построени височините AH ($H \in BC$) и CD ($D \in AB$). Ако $AD=BC=5$ и $DB=3$, то дължината на AH е:

а) $5\frac{4}{5}$; б) 6; в) $6\frac{2}{5}$; г) друг отговор.

11. Страните на правоъгълен триъгълник образуват аритметична прогресия с разлика 2. Медианата към хипотенузата на този триъгълник е:

а) 6; б) 5; в) 4; г) друг отговор.

12. Даден е равнобедрен триъгълник с дължина на височината към основата 10 и височина към бедрото 12. Лицето на триъгълника е:

а) 70; б) 75; в) 80; г) друг отговор.

ВТОРА ЧАСТ

Следващите две задачи са със свободен отговор, който трябва да се запише. Задачите се оценяват с по 3 точки.

13. Да се намери стойността на $\sin\alpha$, ако $\sin\frac{\alpha}{2} + \cos\frac{\alpha}{2} = 1,4$.

Отговор:.....

14. През точка M към окръжност k с радиус, равен на 4 см, е прекарана допирателна, която се допира до k в точката C , и секуща, минаваща през центъра O на окръжността и пресичаща k в точките A и B така, че $MA=AO$. Точката N е средата на по-малката дъга AC . Да се намери лицето на триъгълника MON .

Отговор:.....

ТРЕТА ЧАСТ

На следващите три задачи трябва да се опише подробно решението. Задачите се оценяват с по 10 точки.

15. Да се намери стойността на $x-y$ от системата:

$$\begin{cases} x^2y - xy^2 = 1 \\ x^3 - y^3 = 11 \end{cases}$$

16. Даден е правоъгълният триъгълник ABC ($\angle C=90^\circ$). Построена е височината CH ($H \in AB$) и медианата CL ($L \in HB$) на триъгълника HBC . Да се намери $\cos \angle LCB$, ако е известно, че $CL=4$ и

$$AH = \frac{9}{2\sqrt{7}}.$$

17. Даден е изпъкналият четириъгълник $ABCD$ със страни $AB=4$, $BC=3$, $CD=2$ и $AD=1$, който е вписан в окръжност. Да се намери радиусът на тази окръжност.

ОТГОВОРИ

1. в). 2. в). 3. б). 4. а). 5. г) $x = 1$. 6. б). 7. б). 8. а). 9. б). 10. в). 11. б). 12. б). 13. 0,96.

14. 8 cm^2 15. $x - y = 2$. 16. $\cos \angle LCB = \frac{46}{8\sqrt{37}}$. 17. $R = \frac{\sqrt{385}}{4\sqrt{6}}$.

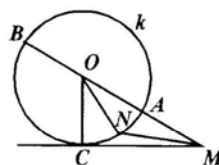
РЕШЕНИЯ

13. Като вземем предвид, че от $\sin \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{2} = 1,4$ следва

$$\sin^2 \frac{\alpha}{2} + \cos^2 \frac{\alpha}{2} + 2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} = 1,96 \iff 1 + \sin \alpha = 1,96$$

заклучаваме, че $\sin \alpha = 1,96 - 1 = 0,96$.

14. В правоъгълния $\triangle MOC$ имаме $OC = \frac{1}{2}MO$, следователно $\angle CMO = 30^\circ$, а $\angle MOC = 60^\circ$. По условие $\widehat{CN} = \widehat{NA}$. Тогава $\angle NOA = \frac{1}{2}\angle COA = 30^\circ$. Лицето на $\triangle MON$ е $S_{MON} = \frac{1}{2}ON \cdot MO \cdot \sin \angle MON = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 8 \cdot \frac{1}{2} = 8 \text{ cm}^2$



15. Преобразуваме дадената система и получаваме

$$\begin{cases} xy(x-y) = 1 \\ (x-y)(x^2+xy+y^2) = 11 \end{cases} \iff \begin{cases} xy(x-y) = 1 \\ (x-y)((x-y)^2+3xy) = 11. \end{cases}$$

Заместаме $xy = \frac{1}{x-y}$ във второто уравнение на системата и получаваме

$$(x-y) \left((x-y)^2 + \frac{3}{x-y} \right) = 11 \iff (x-y)^3 = 8,$$

откъдето $x - y = 2$.

16. Означаваме $HL = x$. Имаме

$$CH^2 = AH \cdot HB \iff CL^2 - HL^2 = AH \cdot HB \iff$$

$$16 - x^2 = \frac{9}{2\sqrt{7}} \cdot 2x \iff x^2 + \frac{9}{\sqrt{7}}x - 16 = 0,$$

откъдето

$$x = \frac{1}{2} \left(\frac{-9}{\sqrt{7}} + \sqrt{\frac{81}{7} + 64} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{-9 + 23}{\sqrt{7}} = \frac{7}{\sqrt{7}} = \sqrt{7}.$$

Оттук $LH = x = \sqrt{7}$, $BC = \sqrt{CH^2 + HB^2} = \sqrt{16 - x^2 + 4x^2} = \sqrt{16 + 3 \cdot 7} = \sqrt{37}$.

Прилагаме косинусовата теорема за $\triangle LCB$ и получаваме

$$\cos \angle LCB = \frac{BC^2 + CL^2 - LB^2}{2 \cdot BC \cdot CL} = \frac{37 + 16 - 7}{2 \cdot \sqrt{37} \cdot 4} = \frac{46}{8\sqrt{37}}.$$

17. Тъй като $\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$, то като приложим косинусовата теорема за $\triangle ABC$ и $\triangle ADC$, получаваме

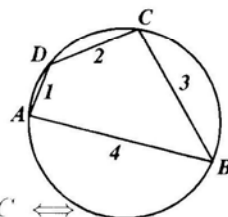
$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos \angle ABC$$

$$AC^2 = AD^2 + DC^2 - 2 \cdot AD \cdot DC \cdot \cos \angle ADC.$$

Приравняваме двете равенства и последователно получаваме

$$4^2 + 3^2 - 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \cos(180^\circ - \angle ADC) = 1^2 + 2^2 - 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot \cos \angle ADC \iff$$

$$16 + 9 + 24 \cos \angle ADC = 1 + 4 - 4 \cos \angle ADC \iff 28 \cos \angle ADC = 5 - 25 \iff \cos \angle ADC = \frac{-5}{7}$$



откъдето

$$\sin \angle ADC = \sqrt{1 - \frac{5^2}{7^2}} = \frac{2\sqrt{6}}{7} \text{ и } AC^2 = 5 - 4 \cdot \left(\frac{-5}{7} \right) = 5 + \frac{20}{7} = \frac{55}{7}$$

Прилагаме синусовата теорема за $\triangle ADC$ и получаваме $\frac{AC}{\sin \angle ADC} = 2R$, където R е радиусът на описаната около $\triangle ADC$ окръжност. Заместваме AC и $\sin \angle ADC$ с

намерените стойности и получаваме $\frac{\sqrt{\frac{55}{7}}}{\frac{2\sqrt{6}}{7}} = 2R$, откъдето $R = \frac{\sqrt{385}}{4\sqrt{6}}$.