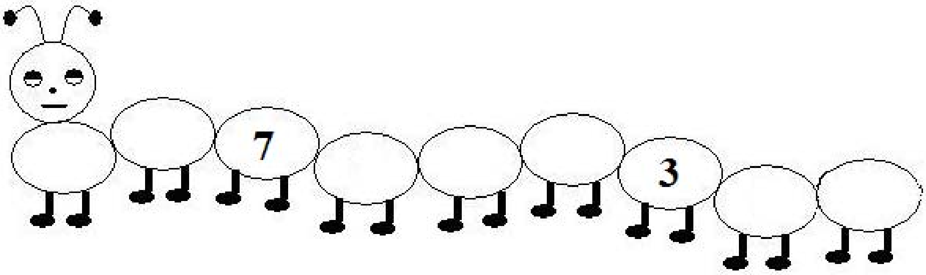
КОЛЕДНО СЪСТЕЗАНИЕ

1КЛАС

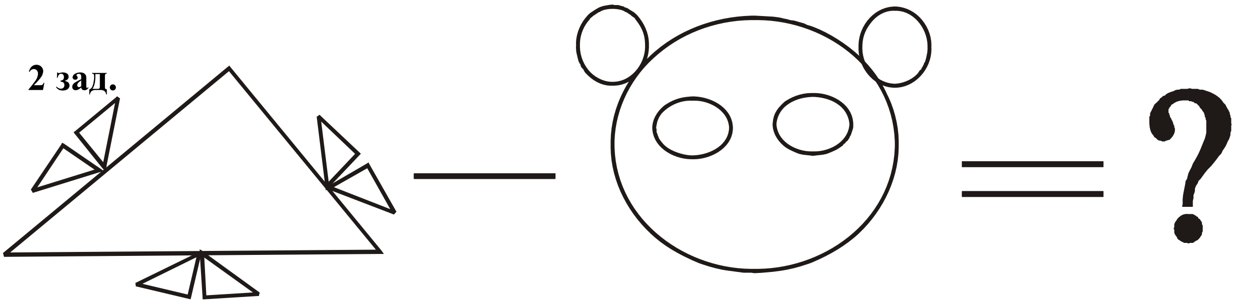
Име...,вх.№..........

Училище...

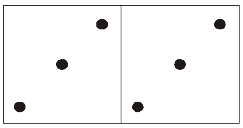
1 зад.



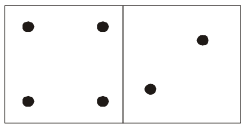
2 зад.



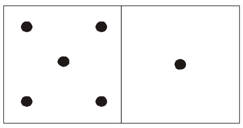
3 зад.



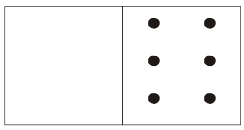
$\boxed{6} = \boxed{3} + \boxed{}$



$\boxed{6} = \boxed{} + \boxed{2}$



$\boxed{6} = \boxed{} + \boxed{}$



$\boxed{6} = \boxed{} + \boxed{}$

4 зад. > = <

4+2 □ 7- 5   6 - 2 - 1 □ 3+2

1+2+3 □ 7- 6   5+2 □ 3+2+1

7 - 5 □ 2+3+2   6 - 4 - 2 □ 5 - 2 - 3

5 зад.   **+ или –**

7 □ 3=4   4 □ 2=6   6 □ 1=5

5 □ 2=7   7 □ 4=3

6 зад.

□ + 2 = 7

□ + 1 = □

□ - 8 = □

□ + 9 = □

□ - 6 = □

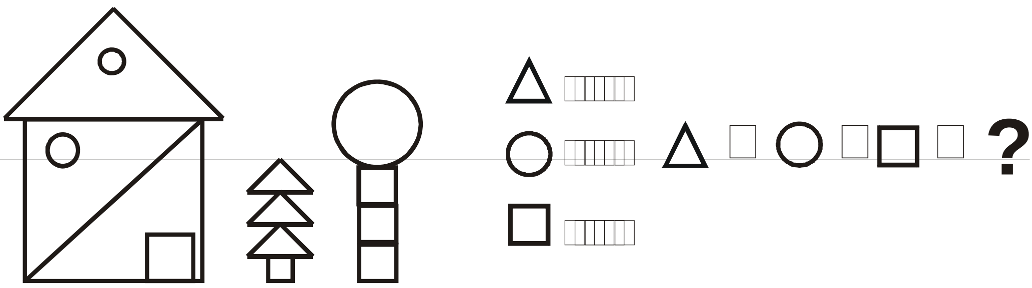
□ + □ = 9

7 зад.

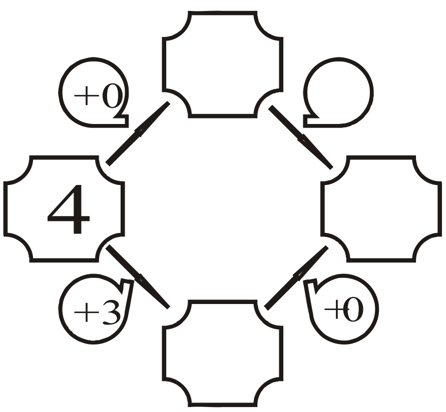
8 зад.

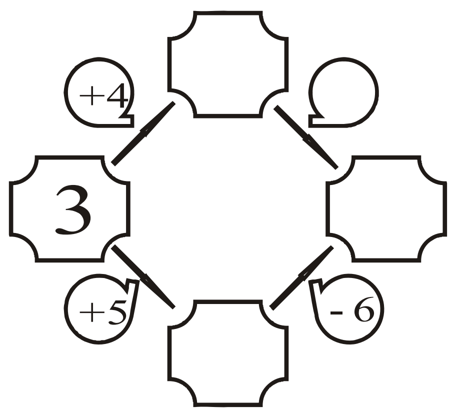
5 + □ + 1 = 7	2 + □ + 2 = 6	8 - 5 - □ = 0
2 + 3 + □ = 6	2 + □ + 2 = 7	9 - 4 - □ = 1
□ + 1 + 4 = 7	6 = 1 + 2 + □	7 - □ - 3 = 4
□ + 4 + 1 = 8	8 = 2 + 4 + □	9 - □ - 5 = 3

9 зад.



10 зад.





Секция “Изток” – СМБ
КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 11.12.2010г.
2 клас

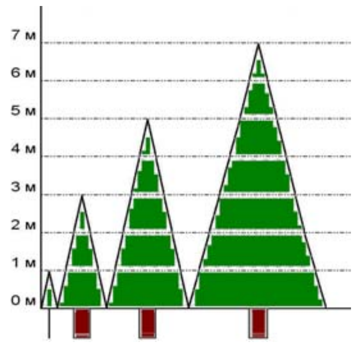
Времето за решаване е 120 минути.
Регламент: Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. “Друг отговор ” се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.
Организаторите Ви пожелават успех!

Име...училище.......................................град....................

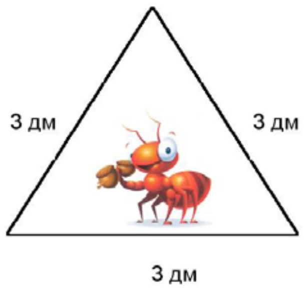
Задача 1. Кое число трябва да се постави на мястото на многоточието 47– 33<…<18-(5–3)?
а) 14 б) 16 в) 12 г) друг отговор

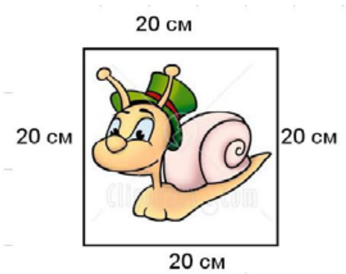
Задача 2. Колко правоъгълника има на дисплея на GSM-а на Константин в 10 ч 8 мин? Цифрите се изписват по показания начин:

а) 5 б) 3 в) 4 г) друг отговор



Задача 3. Колко метра е висока следващата елха?
а) 8 б) 9 в) 11 г) друг отговор
....
Задача 4. Сборът от цифрите на едно двуцифрено и едно трицифрено число е 3. Цифрата на единиците на двуцифреното число е по-малка от цифрата на единиците на трицифреното число. Кои са числата?
а) 100 и 10 б) 110, и11 в) 111, и 10 г) друг отговор
Задача 5. Диана закачила на елхата играчки. Докато спяла през нощта едно джудже махнало 2 играчки и закачило 5. След него второ джудже, махнало 3 и закачило 5. Третото махнало 4 и закачило 5, а четвъртото само махнало 6. Сутринта Диана преброила играчките и установила, че са се увелиили с:
а) 0 б) 4 в) 3 г) друг отговор
Задача 6. Мравката се разходила по страните на триъгълника, а охлювът - по страните на квадрата. Кой е изминал по-дълго разстояние?





а) не могат да се сравнят б) мравката в) охлювът г) друг отговор
....
Задача 7. Във $2^{а}$ клас има 26 ученика. 20 от тях обичат да гледат анимационни филми, 18 – да четат книги, 16 - да слушат музика. Колко ученика обичат и трите занимания?
а) 2 б) 5 в) 3 г) друг отговор
Задача 8. Ако 19-15 = a +1, b = a +2 и c = b - 4 колко е a + b + c?
а) 14 б) 9 в) 6 г) друг отговор
Задача 9. За 2 дена един сервиз поправя 10 компютъра, а друг за 3 дена - 9 компютъра. Ако двата сервиза работят заедно, колко компютъра общо ще ремонтират от 30.10.2011 до 2.11.2011г. включително?
а) 19 б) 72 в) 32 г) друг отговор
....
Задача 10. Илко има 3 монети по 20 ст. и 2 монети по 10 ст. (3т)
Боби има 4 монети по 5 ст. и 1 монета по 50 ст. (2т)
Петко има толкова монети, колкото Илко и Боби имат заедно, като 7 от тях са по 5 ст, а 2 по 20ст. (2т)
Тримата харесали една поздравителна картичка за Коледа. Оказало се, че на Боби не му стигат парите за да си я купи, Илко има повече от колкото струва играчката, а Петко има точно колкото е цената ѝ.
Колко струва картичката?

ОТГОВОРИ И РЕШЕНИЯ
2 клас

$1^{\text{г}}$, $2^{\text{а}}$, $3^{\text{б}}$, $4^{\text{г}}$, $5^{\text{а}}$, $6^{\text{б}}$, $7^{\text{а}}$, $8^{\text{б}}$, $9^{\text{в}}$, 10 (76 или 77 ст.)

Зад. 1 $47 - 33 < \ldots\ldots < 18-(5-3) \Rightarrow 14 < \ldots\ldots < 16 \Rightarrow$ числото е 15

Зад.2 В записа на 10:08 има 5 правоъгълника.

Зад.3 Височината на елхите се увеличава с 2 метра $\Rightarrow$ следващата е висока 9 метра.

Зад.4 10 и 101

Зад.5 Първото джудже е увеличило играчките с 3, второто с 2 , третото с 1, а четвъртото махнало 6. Броят на играчките на елхата останал непроменен.

Зад.6 Мравката е изминала 3 страни по 3 дм = 30 см - общо 90 см. Охлювът е изминал 4 страни по 20 см - общо 80 см. Пътят на мравката е по-дълъг.

Зад.7 Общо учениците гледащи анимационни филми, четящи книги и слушащи музика са 54. Класът е от 26 ученика. Ако всеки върши по 2 неща, броят им ще е 52., т.е. 2 ученика обичат и трите занимания.

Зад.8 $19 - 15 = a + 1 \Rightarrow a = 3$, $b = a + 2 \Rightarrow b = 5$, $c = б - 4 \Rightarrow c = 1 \Rightarrow a + b + c = 3 + 5 + 1 = 9$

Зад.9 Първият сервиз за 2 дни ремонтира 10 компютъра $\Rightarrow$ за 1 ден ремонтира 5 компютъра. Втория за 3 дена ремонтира 9 компютъра $\Rightarrow$ за 1 ден ремонтира 3 компютъра. За един ден двата сервиза заедно ремонтират 8 компютъра $\Rightarrow$ за 4 дена ще ремонтират 32 компютъра.

Зад.10 Боби има 4 монети по 5 ст. и 1 монета по 50 ст. т.е. има общо 70 ст. **(2 точки)** Илко има 3 монети по 20 ст. и 2 монети по 10 ст., т.е. има общо 80 ст.**(3 точки).** Петко има 7 монети по 5 ст., 2 монети по 20 ст. – от тях 75ст. **(2 точки)**
Останалите точки се разпределят както следва:
За отговор “Картичката струва 75 ст” – **(2 точки)**
За отговор “Картичката струва 76 ст”(съобразено, че има още една монета) – **(5 точки)**
За отговор “Картичката струва 77 ст” (съобразено, че има още една монета) – **(5 точки)**
За отговор “Картичката струва или76 или 77ст” - **(8 точки)**

Секция "Изток" – СМБ
КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 11. 12. 2010 г

3 клас

Времето за решаване е 120 минути.
Регламент: Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. "Друг отговор " се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.
Организаторите Ви пожелават успех!

Име..училище..град....................

Задача 1. Сладкар правил торти, като във всяка торта слагал по 8 яйца. Имал 61 яйца. Колко яйца са му останали, ако е направил възможно най-голям брой торти?
а) 5 б) 1 в) не са останали г) друг отговор

Задача 2. Поли намислила число. Извадила от него разликата на числата 352 и 274. Получила число с 215 по-голямо от числото 107. Кое число е намислила Поли?
а) 244 б) 400 в) 390 г) друг отговор

Задача 3. Колко най-много дециметра има в 358 см?
а) 350 см б) 36 дм в) 35 дм г) друг отговор

……..

Задача 4. Пресметнете израза $A - (B - C)$, ако знаете, че A е най-малкото трицифрено число, в което няма еднакви цифри; B е най-голямото трицифрено число, в което две от цифрите са еднакви; C е най-голямото трицифрено число, в което няма еднакви цифри.
а) 92 б) 95 в) 85 г) друг отговор

Задача 5. Стефчо помислил, че е дошъл на Коледния концерт 15 минути преди той да започне. Часовникът му бил изостанал с 10 минути. Концертът започнал с 20 минути закъснение. Колко минути е чакал Стефчо до началото на Коледния концерт?
а) 35 б) 15 в) 25 г) друг отговор

Задача 6. У Сашови има часовник с кукувичка. Всеки час тя кука толкова пъти, колкото часá показва часовата стрелка и освен това на всеки половин час кука по още един път. Сашо се прибрал от тренировка. Влизайки в стаята, чул кукувичката да кука един път. След половин час отново я чул да кука един път, а след още половин час чул още едно кукане. Колко е бил часът, когато Сашо е влязъл в стаята?

а) 11.30 ч. б) 13.00 ч. в) 13.30 ч. г) друг отговор

……….

Задача 7. Басейн се пълни от две тръби и се изпразва през една тръба. През първата тръба за 1 час се вливат 150 л вода, която е с 30 л по-малко отколкото водата, която се влива през втората тръба. През третата тръба за 1 час изтичат 190 л. Колко литра вода ще има в басейн, ако трите тръби се отворят едновременно в продължение на 3 часа?
а) 420 б) 140 в) 700 г) друг отговор

Задача 8. За разходка с лифт са приготвени шестместни и четириместни кабинки за 52 ученици. Колко шестместни кабинки са използвани, ако всички ученици са се вместили в 10 кабинки и свободни места не са останали?
а) 8 б) 5 в) 7 г) друг отговор

Задача 9. Едната страна на триъгълник е равна на обиколката на квадрат със страна 8см. Втората страна е с 5см по-малка от първата страна. Третата страна е равна на сбора на двете дължини на правоъгълник с обиколка 28см и ширина 5см. Намерете обиколката на триъгълника.
а) 68 б)78 в) 77 г) друг отговор

……..

Задача 10. 11 гумички тежат колкото 2 острилки и едно тефтерче. 1 острилка и 2 гумички тежат колкото 1 тефтерче. Намерете колко гумички тежат колкото 1 тефтерче.

Отговори:

1	2	3	4	5	6	7	8	9
а	б	в	г -91	в	г – 12:30	а	г - 6	в

<u>Задача 1.</u> Сладкар правил торти, като във всяка торта слагал по 8 яйца. Имал 61 яйца. Колко яйца са му останали?

61 – 8.7 = 61 – 56 = 5

<u>а) 5</u> **б) 1** **в) не са останали** **г) друг отговор**

<u>Задача 2.</u> Поли намислила число. Извадила от него разликата на числата 352 и 274. Получила число с 215 по-голямо от числото 107. Кое число е намислила Поли?

а – (352 – 274) = 107 + 215; а – 78 = 322; а = 400

а) 244 **<u>б) 400</u>** **в) 390** **г) друг отговор**

<u>Задача 3.</u> Колко най-много дециметра има в 358 см?

а) 350 см **б) 36 дм** **<u>в) 35 дм</u>** **г) друг отговор**

………..

<u>Задача 4.</u> Пресметнете израза А – (В – С), ако знаете, че <u>А</u> е най-малкото трицифрено число, в което няма еднакви цифри; <u>В</u> е най-голямото трицифрено число, в което две от цифрите са еднакви; <u>С</u> е най-голямото трицифрено число, в което няма еднакви цифри.

102 - /998 - 987/ = 91

а) 92 **б) 95** **в) 85** **<u>г) друг отговор 91</u>**

<u>Задача 5.</u> Стефчо помислил, че е дошъл на Коледния концерт 15 минути преди той да започне. Часовникът му бил изостанал с 10 минути. Концертът започнал с 20 минути закъснение. Колко минути е чакал Стефчо до началото на Коледния концерт?

а) 35 **б) 15** **<u>в) 25</u>** **г) друг отговор**

Ст. всъщност дошъл 5 мин. по-рано, защото часовникът му изоставал с 15 мин. + 20 мин. закъснение на концерта – 25 мин. е чакал.

<u>Задача 6.</u> У Сашови има часовник с кукувичка. Всеки час тя кука толкова пъти, колкото часá показва часовата стрелка и освен това на всеки половин час кука по още един път. Сашо се прибрал от тренировка. Влизайки в стаята, чул кукувичката да кука един път. След половин час отново я чул да кука един път, а след още половин час чул още едно кукане. Колко е бил часът, когато Сашо е влязъл в стаята?

а) 11.30 ч. б) 13.00 ч. в) 13.30 ч. **<u>г) друг отговор 12:30 ч.</u>**

………..

<u>Задача 7.</u> Басейн се пълни от две тръби и се изпразва през една тръба. През първата тръба за 1 час се вливат 150 л вода, която е с 30 л по-малко отколкото водата, която се влива през втората тръба. През третата тръба за 1 час изтичат 190 л. Колко литра вода ще има в басейн, ако трите тръби се отворят едновременно в продължение на 3 часа?

150 + (150 + 30) = 330 л се вливат за 1 час; 330 – 190 = 140 л остават след 1 час;
за 3 часа 140 + 140 + 140 = 420 л

<u>а) 420</u> **б) 140** **в) 700** **г) друг отговор**

<u>Задача 8.</u> За разходка с лифт са приготвени шестместни и четириместни кабинки за 52 ученици. Колко шестместни кабинки са използвани, ако всички ученици са се вместили в 10 кабинки и свободни места не са останали?

10 . 6 = 60 места, ако всички кабинки са 6-местни
60 – 52 = 8 места повече
6 – 4 = 2 места повече в 6-местните кабинки
8 : 2 = 4 са кабинките с 4 места
10 – 4 = 6 кабинки с 6 места

а) 8 **б) 5** **в) 7** **<u>г) друг отговор – 6</u>**

Задача 9. a=4.8=32см; в=32-5=27см; с=28-2.5=18см; P=32+27+18=77см.

Задача 10. 11 гумички тежат колкото 2 острилки и едно тефтерче. 1 острилка и 2 гумички тежат колкото 1 тефтерче.

Намерете колко гумички тежат колкото 1 тефтерче.

11 г = 2 о + 1 т; 1 о + 2 г = 1 т; ? г = 1 т

11 г = 2 о + (1 о + 2 г)

11 г = 3 о + 2 г

3 о = 11г – 2 г

3 о = 9 г; 1 о = 3 г

1) От 1 о + 2 г = 1 т следва, че 3 г + 2 г = 1 т; **5 г = 1 т**

Секция "Изток" – СМБ

КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 11. 12. 2010 г

4 клас

Времето за решаване е 120 минути.
Регламент: Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. "Друг отговор " се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.
Организаторите Ви пожелават успех!
Име...
училище..град..

Зад. 1: Намерете числената стойност на A, ако $A = 1730 + x$, където x е неизвестното число от равенството $x - 56 = 224$.
а/ 1 898; б/ 4 530; в/ 2 010; г/ друг отговор.

Зад. 2: Сборът от годините на двама приятели преди 5 години е бил 5. Какъв ще бъде сборът от годините им след 5 години?
а/ 15; б/ 25; в/ 10; г/ друг отговор.

Зад. 3: Бързият влак за Бургас тръгнал от София с 282 пътници. На първата спирка – гара Златица, слезли 35 души и се качили 47. На следващата спирка – гара Пирдоп, слезли 52 души и се качили 56. С колко пътници е продължил влакът след Пирдоп?
а/ 266; б/ 472; в/ 298; г/ друг отговор.

Зад. 4: Върху права линия са разположени точки, така че разстоянието между две съседни е 7 см, а разстоянието между крайните е 728 см. Намерете броя на точките.
а/ 14; б/ 15; в/ 104; г/ друг отговор.

Зад. 5: Малкото братче на Митко се учи да пише и написало 215 букви една след друга така: МАМОТАТИМАМОТАТИМАМОТАТИМАМ…………
Коя буква стои на $198^{-о}$ място?
а/ Т; б/ О; в/И; г/ друг отговор.

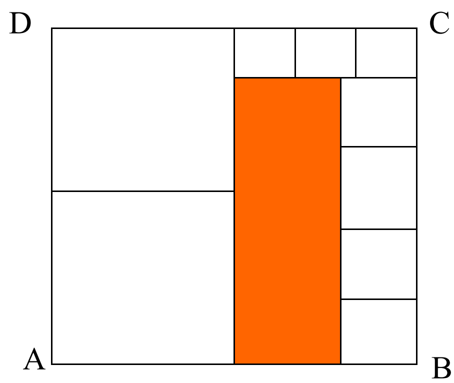
Зад. 6: Ако увеличим дължината на даден правоъгълник с 3 см, а широчината му – с 5 см, ще получим квадрат с лице 81 кв. см. Да се намери лицето на правоъгълника?
а/ 15 кв. см; б/ 24 кв. см; в/ 168 кв. см; г/ друг отговор.

Зад. 7: В Москва в деня на зимното слънцестоене (23 декември) денят е с 10 часа по-къс от нощта. Определете кога изгрява Слънцето, ако то залязва в 15 часа 48 минути.
а/ 5 ч 48 мин; б/ 6 ч 48 мин; в/ 7 ч 48 мин; г/ друг отговор.

Зад. 8: В една кутия има 70 топки за украса на коледната елха. От тях 20 са сини, 20 червени, 20 жълти и останалите 10 – бели и зелени. Какъв най-малък брой топки трябва да извадим от от кутията, за да сме сигурни, че между тях има поне 10 от един и същи цвят?
а/ 38; б/ 40; в/ 10; г/ друг отговор.

Зад. 9: В три бидона има общо 30 литра мляко. След като от първия прелели във втория 4 л, от втория прелели в третия 2 л и от третия в първия 3 л, се оказало, че в трите бидона има едно и също количество мляко. Намерете по колко литра мляко е имало първоначално във всеки от трите бидона.
а/ 9, 12, 9; б/ 9, 8, 13; в/ 11, 8, 11; г/ друг отговор.

Зад. 10 Даден е квадрат ABCD със страна 24 см. Във вътрешността му са начертани последователно два еднакви квадрата, опиращи се до страната AD, три еднакви квадрата , опиращи се до страната CD , четири еднакви квадрата, опиращи се до страната BC. Коя е по-голяма – обиколката на оцветения правоъгълник или обиколката на един от първите два квадрата?



Отговори:

Зад. 1: в

Зад. 2: б

Зад. 3: в

Зад. 4: г – друг отговор - 105 точки

Зад. 5: г – друг отговор А

Зад. 6: б

Зад. 7: г – друг отговор - 8 ч 48 мин

Зад. 8: а

Зад. 9: в

Зад. 10.

Решение: Всеки от първите два квадрата има страна 24:2=12 см(1 т.) и обиколка 4.12=48 см.(2 т.) Вторите три квадрата имат страна 12:3=4 см(1 т.). Тогава дължината на правоъгълника е 24-4=20 см.(2 т.) Последните четири квадрата са със страна 20:4=5 см. (1 т.) Тогава широчината на правоъгълника е 12-5=7см (3 т.) , а обиколката му е 2.20+2.7=54 см.(2 т.) Тъй като 48<54, то обиколката на квадрата е по-малка от обиколката на оцветения правоъгълник.(3 т.)

Секция “Изток” – СМБ
КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 11.12.2010 г.
5 клас

Времето за решаване е 120 минути.
Регламент: Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. “Друг отговор ” се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.
Организаторите Ви пожелават успех?

Име...училище.......................................град................

1 зад. Колко от резултатите 3,81 + 2,18 =; 12,09 – 5,9 =; 19,7 . 0,3 =; 3,5 + 7,9–5,39 =; и 2,945 : 0,5 =; са по-големи от 5,9 и по-малки от 6,1 ?
а) 2 б) 4 в) 3 г) друг отговор

2 зад. Ако $5{,}795-(x-89{,}6)=4{,}095$ то x е:
а) 91,3 б) 9,13 в) 87,9 г) друг отговор

3 зад. През първия ден на поход Иванчо изминал 9,5 км, през втория ден с 2,6 км повече от първия, а през третия с 700 метра по-малко от втория ден. За трите дни Иванчо е изминал:
а) 23,5км б) 33км в) 21,6км г) друг отговор

4 зад. Сумата на 107 естествени числа е 108. Произведението на тези числа е:
а) 1 б) 2 в) 105 г) друг отговор

5 зад. Три кокошки за три дни снасят три яйца. Колко яйца ще снесат шест кокошки за шест дни ?
а) 6 б) 18 в) 36 г) друг отговор

6 зад. От дъска с дължина 4м са отрязани две парчета по 1,3 метра и още две с по 70 см по-къси. От четирите парчета е направена правоъгълна рамка, обиколката на която е:
а) 3,2м б) 3,8м в) 2,5м г) друг отговор

7 зад. Петър имал 30 монети по 10 ст. и по 20 ст. на обща стойност 4,10 лв. Той похарчил 2,30 лв. използвайки 15 монети. Колко монети по 20 ст. са му останали.
а) 4 б) 2 в) 5 г) друг отговор

8 зад. Правоъгълник с обиколка 14дм е разделен на четири еднакви квадрата. Лицето на правоъгълника в квадратни см е:
а) 10 б) 120 в) 1200 г) друг отговор

9 зад. От Русе за Силистра тръгнала лодка със собствена скорост 9,4 км /ч. В същото време от Русе за Видин тръгнал кораб със собствена скорост 23,2 км/ч. На какво разстояние ще бъдат след 3,4 часа, ако скоростта на течението е 2,5 км/ч?
а) 110,84км б) 1108,4км в) 32,6км г) друг отговор

10 зад. Дадени са пет пакета за които се знае че: първият и вторият тежат 120кг, вторият и третият тежат 135кг, третият и четвъртият тежат115кг, четвъртият и петият тежат 80кг, а първият,третият и петият тежат 160кг. Колко кг тежи всеки пакет?

Отговори и решения:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
в)	а)	б)	б)	г) 12	б)	г)3	г) 784	а)	55;65;70;45;35

1 зад. В посочения интервал са : 3,81 + 2,18 ; 19,7 . 0,3 и 3,5 + 7,9–5,39
2 зад. Х-89,6=1,7 Х=1,7+89,6 Х=91,3
3 зад. Втори ден 9,5+2,6=12,1 км; Трети ден 12,1-0,7=11,4км; За трите дни 9,5+12,1+11,4= 33км
4 зад. Досещането се състои във факта, че за да съберем 107 естествени числа и да получим сбор 108, трябва да събираме само числата 1 и 2. "Преводът" на казаното на математически език изглежда така : (106.1+1.2)=106 + 2= 108
Задачата изисква да намерим произведението на тези събираеми - т.е. да умножим 106 пъти числото 1 само на себе си и това получено произведение да умножим с второто събираемо – числото 2. Следователно, верният отговор е б).
5 зад. Освен двойното увеличение на кокошките, има и двойно увеличение на дните. Следователно, броят на яйцата ще се увеличи 4 пъти, т.е верният отговор е б) .
6 зад Изразяват 70см като 0,7м. Дължините на двете парчета са 1,3-0,7=0,6м. Обиколката на рамката е 2.1,3 +2.0,6=3,8м
7 зад Ако всички монети са по10ст няма да достигнат 11 монети от което следва, че е имал 11 монети по 20ст.Ако 15 монети са по10ст няма да достигнат 8 монети, от което следваче изхарчил8 монети по20ст и останали 3 монети.
8 зад. Обиколката е 14дм =140см. Дължината на правоъгълника трябва да бъде 4пъти по-голяма от широчината х+4х=70 х=14 4х=56. Лицето е 14.56=784кв.см.
9 зад.Трябва да съобразят, че от Русе към Силистра се пътува по течението и скоростта ще бъде 9,4+2,5=11,9км/ч, а от Руссе към Видин е срещу течението и скоростта е 23,2-2,5=20,7км/ч. Разстоянието след 3,4часа ще бъде 20,7.3,4+11,9.3,4=110,84км.
10 зад. Означаваме теглото на петия с х.Третият е х+35, а първият х+20.
От уравнението 3х+55=160 получаваме х=35кг. След заместване в условието се получават: 55;65;70;45;35

Секция "Изток" – СМБ
КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 11.12.2010 г.
6 клас

Времето за решаване е 120 минути.
Регламент: Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. "Друг отговор " се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.
Организаторите Ви пожелават успех?

Име...училище.......................................град..................................

1 зад. От числото **–60** извадете най-малкото цяло число, което е по-голямо от числото **–2,6**. Полученото число умножете с противоположното на $\frac{1}{29}$. Числото, което се получава е:

а) $\frac{57}{29}$ б) $\frac{62}{29}$ в) $\frac{63}{29}$ г) друг отговор

2 зад. Фирма произвежда чанти. През първия ден били изработени 750 чанти, а през втория – с 16% повече. Колко чанти е произвела фирмата през третия ден, ако $\frac{15}{16}$ от броят им е равен на чантите, произведени през втория ден.

а) 128 б) 864 в) 928 г) друг отговор

3 зад. В резервоар, имащ форма на куб и пълен до половината с вода, се съдържат 4000 л вода. На колко квадратни метра е равно лицето на дъното на резервоара?

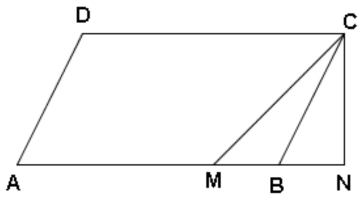
а) 2 б) 4 в) 16 г) друг отговор

4 зад. Точката M върху числовата ос е образът на най-голямото цяло двуцифрено отрицателно число, точката N е образът на най-малкото цяло двуцифрено положително число. Точката P е между точки M и N и дължината на отсечката MP е $\frac{3}{5}$ от дължината на отсечката PN. На кое число е образ точката P?

а) – 7,5 б) – 2,5 в) 4 г) друг отговор

5 зад. На чертежа $ABCD$ е успоредник, а $ANCD$ е правоъгълен трапец, $AB = 2MN$ и лицето на ΔMNC е 5 см^2. На колко квадратни сантиметра е равно лицето на успоредника $ABCD$?

а) 10 б) 15 в) 20 г) друг отговор



6 зад. Стойността на израза $\frac{10^{2010}}{2^{2008}.5^{2009}}+\frac{2^9+2^3}{5.13}-\frac{3^7.9^{16}}{81^9}$ е:

а) 1 б) 9 в) 25 г) друг отговор

7 зад. В 10 часа двама велосипедисти тръгнали един срещу друг от пунктове A и B. Всеки от тях се движил с постоянна скорост. Първият пристигнал в B в 13 часа, а вторият пристигнал в A в 13 часа и 45 минути. В колко часа те са се срещнали?

а) 11 часа и 05 мин. б) 11 часа и 15 мин. в) 11 часа и 30 мин. г) друг отговор

8 зад. Георги има 160 еднакви кубчета с дължина на ръба 1 см. С част от тях той построил възможно най-голям куб. От останалите (може и не всички), отново построил възможно най-голям куб и го поставил върху първия. Намерете лицето на повърхнината на полученото тяло.

а) 170 см^2 б) 186 см^2 в) 204 см^2 г) друг отговор

9 зад. На три картончета са написани двуцифрените числа 37, 96 и x. Ако се съберат всички шестцифрени числа, които се получават при поставянето на картончетата в различен ред едно до друго, ще се получи сбор 3717168. Кое е числото x?

а) 26 б) 36 в) 46 г) друг отговор

10 зад. Математическо списание излиза всеки месец по веднъж и публикува във всеки брой по 5 конкурсни задачи. Те се номерират последователно с числата 1, 2, 3, ... още от първия брой на списанието. В брой 8 от 1987 година са публикувани задачи с номера 1056, 1057, 1058, 1059 и 1060. През коя година е публикувана задача, чийто номер съвпада с годината на публикуване?

Отговори: 1 г) 2; 2в); 3б); 4б); 5в); 6а); 7г) 11часа и 40 мин.; 8б); 9г) 51

Решения:

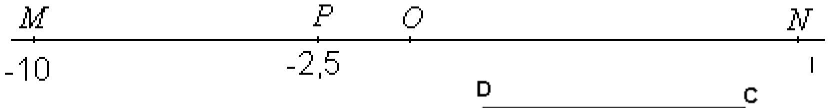
1 зад. $(-60-(-2)).(-\frac{1}{29})=-58.(-\frac{1}{29})=2$

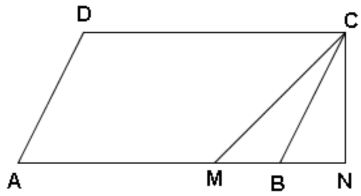
2 зад. Изработените чанти през втория ден са $\frac{16}{100}.750+750=120+750=870$. Ако чантите, изработени през третия ден означим с x получаваме уравнението $\frac{15}{16}x=870$, $x=928$

3 зад. $V=a.a.\frac{a}{2}=4000дм^3 \Rightarrow a^3=8000 \Rightarrow a=20дм$

$S=a.a=20.20=400дм^2=4м^2$

4 зад. Точката M е образът на (– 10), точката N е образът на 10 следователно дължината на отсечката MN е 20. $MP=\frac{3}{5}NP=\frac{3}{5}(20-MP)\Rightarrow MP=7,5$. Тъй като дължината на $MO=10$ то дължината на PO ще е 2,5 или точка P е образ на *– 2,5*.





5 зад. $S_{ABCD}=AB.CN$; $S_{\Delta MNC}=\frac{MN.CN}{2}\Rightarrow MN.CN=10$

$AB=2MN\Rightarrow S_{ABCD}=AB.CN=2.MN.CN=2.10=20см^2$

6 зад.

$$\frac{10^{2010}}{2^{2008}.5^{2009}}+\frac{2^9+2^3}{5.13}-\frac{3^7.9^{16}}{81^9}=\frac{10^{2010}}{(2.5)^{2008}.5}+\frac{2^3(2^6+1)}{5.13}-\frac{3^{39}}{3^{36}}=\frac{10^2}{5}+\frac{2^3.65}{65}-3^3=20+8-27=1$$

7 зад. Първият велосипедист пътувал 3 часа, а втория – 3 часа и 45 минути ($3\frac{45}{60}=3\frac{3}{4}=\frac{15}{4}$часа). Следователно първия изминава за 1 час $\frac{1}{3}$от пътя, а втория $\frac{4}{15}$. Двама изминават за 1 час $\frac{9}{15}$. При срещата двамата заедно са изминали целия път, следователно са пътували $\frac{15}{9}$часа = $1\frac{2}{3}$часа = 1 час и 40 минути. Следователно са се срещнали в 11 часа и 40 минути.

8 зад. Броят на кубчетата (160) е такъв, че 125 < 160 < 216 и 125 = 5.5.5. Следователно възможно най-големият куб, който може да се построи е с дължина на ръба a = 5 см. (125 кубчета). От останалите 35 кубчета (35 > 27 = 3.3.3) може да се построи куб с на на ръба b = 3 см.

След поставянето им един върху друг се получава тяло, в повърхнината на което участват по 5 от стените на двата куба и разликата от лицата на стена на големия и стена на малкия куб. Тогава

S = 5.($a.a$) + 5.($b. b$) + ($a.a$ - $b. b$)   = 5.25 + 5.9 + (25 - 9) = 186 кв. см.

9 зад. Можем да получим 6 числа. В тях всяко от числата 37, 96 и x заема точно два пъти една и съща позиция. Тогава сборът е 2.37.10 101 + 2.96.10 101 + 2.x.10 101 = = 20202. (37 + 96 + x). Оттук 37 + 96 + x = 3717168 : 20202 = 184 и x = 184 – 133 = 51

10 зад. До края на 1987 са публикувани още 20 задачи в оставащите 4 броя. *(2 точки)* Така в брой 1, 1988 година ще започне с публикуването на задача 1060 + 20 + 1 = 1081. *(2 точки)*

Всяка година номерата на задачите се увеличава с 12.5 = 60, а номерата на годините с 1. *(2 точки)* Ако от 1988 година отчетем години, то номерата на задачите ще са увеличени от 1080 до 1080 + 60n, а годините 1988 + n. *(2 точки)* Тогава се търси такова n, за което 1080 + 60n е по-голямо от 1987 + n. *(3 точки)* Чрез проверка за n = 1, 2 .... се установява, че за n = 16 е изпълнено 1080 + 60.16 = 2040 и е по-голямо от 1987 + 16 = 2003 *(2 точки)*

Това означава, че през 2003 година са публикувани задачите с номера от 1981 до 2040, а това включва и задачата с номер 2003. *(2 точки)*

<u>Секция “Изток” – СМБ</u>
КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 11.12.2010 г.
7 клас

<u>Времето за решаване е 120 минути.</u>
<u>Регламент:</u> Всяка задача от 1 до 15 има само един правилен отговор от четири възможни(отбелязани с а), б), в) и г)). За част от задачите от 16 до 40 също са дадени четири възможни отговора. На останалите задачи не са дадени отговори и те трябва да бъдат намерени. Всички отговори се попълват в листа за отговори. За всяка тестова задача се зачертава със знак “Х” отговора, който се приема за верен. Отговорите на останалите задачи се записват на празните места в листа за отговори. Задачите от 1 до 15 се оценяват с по 1 точка, задачите от 16 до 30 се оценяват с по 2 точки, задачите от 31 до 40 се оценяват с по 3 точки. Неправилните решения и задачите без отговор се оценяват с по 0 точки.
<u>Организаторите Ви пожелават успех?</u>

Име...училище.......................................град....................................

1 зад. Броят на всички естествени числа, които са едновременно делители на числата 28 и 42, е равен на:
а) 3; б) 4; в) 5; г) 6

2 зад. Многочленът $8a^3b^6 - c^3$ се разлага на множители по следния начин:
а) $(4a^2b+c)(4ab^2-c)$; б) $(2ab-c^2)(4a^2-c)$; в) $(2ab+c)(2ab-c^2)$; г) $(2ab^2-c)(4a^2b^4+2ab^2c+c^2)$

3 зад. Лъчът OL разполовява $\angle AOB = 72°$, а лъчът ОС разделя $\angle AOB$ на два ъгъла, единият от които е с $10°$ по-голям от другия. Да се намери $\angle COL$.
а) $15°$; б) $5°$; в) $10°$; г) $12°$

4 зад. Стойността на израза $2+\cfrac{2}{2+\cfrac{2}{2+\cfrac{2}{3}}}$ е равна на:

а) $2\frac{2}{3}$; б) $2\frac{7}{9}$; в) $3\frac{2}{7}$; г) $2\frac{8}{11}$

5 зад. Колко са целите числа **х**, за които изразът x^2-5 приема отрицателна стойност?
а) 6 ; б) 2 ; в) 5; г) 1

6 зад. Основата на права призма е правоъгълен триъгълник, а произведението но катетите му е 10. Ако обемът на призмата е равен на 30 кв-см., нейната височина е равна на:

а)9 см; б) 15 см; в) 48 см; г) 54 см;

7 зад. Турист изминал пътя от Симеоново до Княжево за 2 часа, а на връщане намалил скоростта си с 2 км/ч и изминал същото разстояние за 3 часа. Тогава пътят от Симеоново до Княжево има дължина:

а) 10 км; б) 12 км; в) 11 км.; г) 8 км.

8 зад. Стойността на израза $\frac{5^{6+n}}{5^{4+n}} - 2^{2+k}.2^{3-k}$ е равна на:
а) 7; б) - 7; в) 5; г) – 5

9 зад. Ако единият от ъглите на триъгълник е равен на удвоения сбор на другите два ъгъла, то триъгълникът е:
а) тъпоъгълен; б) правоъгълен; в) остроъгълен; г) равнобедрен

10 зад. Колко са дробите със знаменател $2.5.11^2$, които са между $\frac{9}{11}$ и $\frac{10}{11}$?
а) 99; б) 105; в) 109; г) 111

11 зад. В две цистерни има по 120 л мляко. От едната продали 33 %, а от другата – 47% от млякото. Колко литра мляко е останало общо в двете цистерни?
а) 96 л; б)114 л; в) 144 л; г) 108 л

12 зад. Сборът от дължините на две от страните на триъгълник е 13 см., а височините към тях са 12 см и 14 см. Намерете лицето на триъгълника.
а) 42 кв.см; б) 168 кв.см; в) 156 кв.см.; г) 84 кв.см.

13 зад. Резултатът от разлагането на многочлена $(2a-b)^2-4b^2$ на множители е:
а) $(2a-2b)(2a+2b)$; б) $(2a+b)(2a-2b)$; в) $(2a-b)(a+2b)$; г) $(2a-3b)(2a+b)$

14 зад. Лицето на стената на куб е 25 кв.см, а на стената на друг куб – 625 кв.см. Тогава обемите на двата куба се отнасят както:
а) 1:125; б) 1:25; в) 1:15; г) 1:5

15 зад. Колко са целите числа, за които $|x| \leq 3$?
а) 3; б)4; в) 6; г) 7

16 зад. Стойността на израза $\left(1-\frac{1}{10}\right).\left(1-\frac{1}{11}\right).\left(1-\frac{1}{12}\right)..........\left(1-\frac{1}{29}\right).\left(1-\frac{1}{30}\right)$ е:

17 зад. Най-малкото от числата $3^6, 5^4, 10^3, 26^2$ е:
а) 3^6 б) 5^4 в) 10^3 г) 26^2

18 зад. Три от стените на правоъгълен паралелепипед имат периметри 16 см, 22 см и 26 см. Обемът на паралелепипеда е равен на:

19 зад. Ако уравнението $x^2-(a+2)x+5a-1=0$ има корен $x=1$ то стойността на параметъра a е равна на:
а) $-\frac{1}{3}$; б) 0; в) $\frac{1}{3}$; г) $\frac{1}{2}$

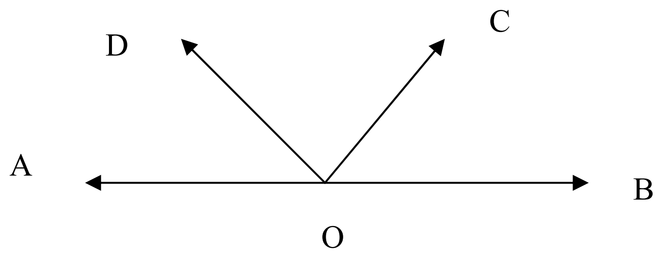
20 зад. Разликата на квадратите на две числа е 175, а разликата на числата е 5. По-малкото число е:
а) 8; б) 15; в) 20; г) 35

21 зад. Дължините на страните на правоъгълник са цели числа, а лицето му е 20 кв.см. Каква е най-малката възможна стойност на обиколката на правоъгълника?
а) 18 см; б) 24 см; в) 32 см.; г) 42 см.

22 зад. Произведението на две естествени числа е равно на 192. Ако едното число се намали 4 пъти, а другото се увеличи с 18, стойността на произведението се запазва. Намерете сбора на двете числа.
а) 38; б) 60; в) 28; г) 40

23 зад. Да се приведе в нормален вид израза $(x-1)(x+1)(x^2+1)(x^4+1)(x^8+1)$.

24 зад. На чертежа $\angle AOC = 130°$ и $\angle BOD = 110°$. Намерете отношението $\angle AOB : \angle COD$.



а) 11:6 б) 2:1
в) 3:1 г) 12:7

25 зад. Намерете естествените делители на числената стойност на израза $33^2 - 14^2$.

26 зад. За да може многочленът $8a^2 + ay - 72a + A$ да се разложи на произведение на двучлени чрез групиране, на мястото на **А** трябва да се постави изразът:

а) $9y$; б) $-9y$; в) 72у; г) 8у.

27 зад. Два от ъглите в триъгълник се отнасят както 1:9, а третият ъгъл е $\frac{4}{5}$ от сумата им.Да се намерят външните ъгли на триъгълника.

28 зад. Най-голямата стойност на израза $A = -x^2 - 2x + 5$ е:
а) 0; б) 4; в) 6; г) няма най-голяма стойност

29 зад. Правоъгълен паралелепипед с размери 4 см, 6 см и 8 см е боядисан, след което е нарязан на кубчета със страна 1 см. Колко от получените кубчета нямат боядисана стена?
а) 88 ; б)114; в) 96 ; г) 48

30 зад. Диагоналът на даден квадрат е страна на друг квадрат. Отношението на лицата на двата квадрата е:
а) 4:1; б) 3:1; в) 3:2; г) 2:1

31 зад. Да се разложи изразът $a^2b - b + ab^2 - a$ на множители и се намери стойността му за $a = -1\frac{5}{8}, b = -\frac{8}{13}$.

32 зад. В математическо състезание Ангел и Васил получили заедно 40 точки, Васил и Милен – 50 точки,Милен и Георги – 90 точки, Георги и Делян 100 точки, Делян и Ангел – 60 точки. Колко точки е получило всяко от момчетата(Ангел, Васил, Милен, Георги и Делян).

33 зад. Пита кашкавал има форма на правоъгълен паралелепипед с измерения 5 см, 8 см и 12 см. Отрязано е парче с дебелина 3 см, така че останалото парче да има най-голям обем. Какъв е обемът на останалото парче?

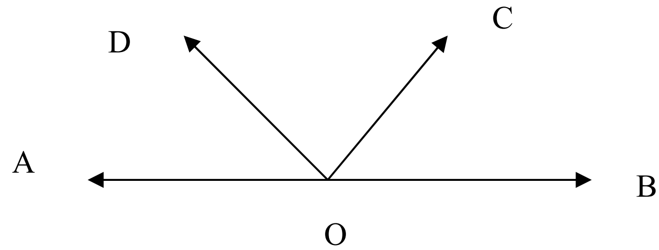
а) 120 куб.см; б) 240 куб.см; в) 360 куб.см.; г) 400 куб.см.

34 зад. Да се определи знакът на числото b , ако за рационалните числа A и B се знае, че са с еднакви знаци и $A = (-11)^{2009}.a^3b^5c^7$ и $B = (-2)^{2010}.a^{11}b^6c^9$ където a,b и c са ненулеви рационолни числа.

35 зад. Ако $a * b = \dfrac{a^2 - b^2}{a.b}$, то $(3a) * (3b)$ е равно на:

а) $\dfrac{a^2 - b^2}{ab}$; б) $\dfrac{3a^2 - 3b^2}{ab}$; в) $\dfrac{a^2 - b^2}{3ab}$; г) $\dfrac{9(a^2 - b^2)}{ab}$ а)

36 зад. На чертежа $\angle AOC = 110° : \angle BOD = 130°$.
Намерете отношението $\angle COD : \angle AOB$.



а) 1:2 б) 6:11 в) 7:12 г) 1:3

37 зад. Многочленът $x^4 + x^2 + 1$ се разлага на множители по следния начи

а) $(x^2 + 1)^2$; б) $(x^2 - 1)(x^2 + 1)$; в) $(x - 1)(x^3 + x + 1)$; г) $(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$

38 зад. В тъждеството $54a^2b^3 - X = Y(9b^2 - 5a^2)$ X и Y са неизвестни едночлени. X е равен на:

39 зад. Даден е ΔABC . Точките M и N лежат на страната AB и AM=MN=NB , а точката P е среда на страната AC . Ако лицето на ΔAMP е 2 кв.см., да се намери лицето на ΔABC .
а) 12 кв.см; б) 9 кв.см; в) 6 кв.см.; г) 4 кв.см.

40 зад. Ако **m** и **n** са различни от 0 рационални числа с еднакви знаци, то изразът
$m^3(3n + 1) - mn^2 + mn^2(3n + 1) - m^3$ приема:
а) само неотрицателни стойности; б) само отрицателни стойности;
в) положителни или отрицателни стойности в зависимост от знаците на **m** и **n**;
г) само положителни стойности.

СМБ – Секция"ИЗТОК"

КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 11. 12. 2010

8 клас

Времето за решаване е 120 минути.

Регламент: Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. "Друг отговор " се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.

Организаторите Ви пожелават успех?

Име…………………………………………………….училище……...............………град…………...

Зад. 1. На коледно тържество в училище всеки от $8^б$ клас се е ръкувал с всеки друг от същия клас по веднъж. Регистрирани са 78 ръкувания между момчета и 91 – между момичета. Колко са ръкуванията между момче и момиче?

а) 27 б) 182 в) 91 Г) друг отговор

Зад. 2. Стойността на израза $\left(\sqrt{27}+\sqrt{0{,}48}-\sqrt{1{,}47}\right):\sqrt{3}+\left(\sqrt{28}+\sqrt{0{,}0175}\right).\sqrt{7}$ е :

а) 17,05 б) 14,35 в) 2,7 Г) друг отговор

Зад. 3. Сборът на по-малките корени на уравненията $x^2 = 13$; $3y^2 - y - 1 = 0$ е:

а) $\frac{5\sqrt{13}+1}{6}$ б) $\frac{1}{6}$ в) $1-2\sqrt{13}$ г)друг отговор

Зад. 4. В равнобедрен триъгълник ABC ($AC= BC$) е прекарана височината CD ($D \in AB$). Върху CD е взета точката E така, че $CE : ED = 1:2$. Правата през A и E пресича BC в точката F. Ако $CF = 2$ см, то дължината на BC е :

а) 6 б) 8 в) 10 г) друг отговор

Зад. 5. Сумата $\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+.......+\frac{1}{\sqrt{2008}+\sqrt{2009}}+\frac{1}{\sqrt{2009}+\sqrt{2010}}$ е равна на:

а) $1 - \sqrt{2010}$ б) $1-\frac{1}{\sqrt{2010}}$ в) $1+\frac{1}{\sqrt{2010}}$ г) друг отговор

Зад. 6. $ABCD$ е квадрат със страна a, M е средата на $CД$, а N е пресечната точка на AC и BM. Лицето на $\Delta\, ABN$ е:

а) $\frac{a^2}{4}$ б) $\frac{a^2}{3}$ в) $\frac{2a^2}{3}$ г) друг отговор

Зад. 7. Числената стойност на израза $\sqrt{9-4\sqrt{5}}+\frac{3}{\sqrt{5}+2}$ е:

а) $4\left(\sqrt{5}-2\right)$ б) $2\left(\sqrt{5}-2\right)$ в) 0 г) друг отговор

Зад. 8. В склад се съхранявали 100 кг краставици, които съдържат 99 % вода. От съхранението водата в краставиците намаляла на 98 %. Колко килограма краставици е имало в склада след съхранението?.

а) 99 кг б) 98 кг в) 90 кг г) друг отговор

Зад. 9. В триъгълника ABC точките M и N са среди съответно на страните AC и BC, а точките P и Q делят страната AB на три равни части, като P е между A и Q. Ако $MP = NQ$, то $\Delta\, ABC$ е :

а) равнобедрен б) равностранен в) разностранен г) друг отговор

Зад. 10. Дадено е уравнението $2x^2 - (2к - 5)\, x + к - 3 = 0$, където $к$ е реален параметър. За кои стойности на $к$;

а) Числото (- 3) е корен на уравнението.

б) Сборът от квадратите на корените му е равен на $\frac{5}{16}$?

ОТГОВОРИ: 8 клас

Зад.1. б); Зад. 2. а); Зад. 3. г) $\left(\dfrac{1-7\sqrt{13}}{6}\right)$; Зад. 4. в); Зад. 5. г) $\sqrt{2010}-1$; Зад. 6. б) ; Зад. 7. а);

Зад. 8. г) 50 ; Зад. 9. а) Зад. 10. а) 0; б) $\dfrac{11}{4};\dfrac{13}{4}$

Кратки решения:

Зад. 1. Нека x са броя на момчетата, а y броя на момичетата. Ръкуванията само между момчетата са: $\dfrac{x(x-1)}{2}=78 \Rightarrow x=13$. Ръкуванията само между момичетата са $\dfrac{y(y-1)}{2}=91 \Rightarrow y=14$. Ръкуванията между момче и момиче са $x.y=13.14=182$

Зад. 2. $\left(3\sqrt{3}+\dfrac{4}{10}\sqrt{3}-\dfrac{7}{10}\sqrt{3}\right):\sqrt{3}+\left(2\sqrt{7}+\dfrac{5}{100}\sqrt{7}\right).\sqrt{7}=\ 3+\dfrac{4}{10}-\dfrac{7}{10}+2.7+\dfrac{5}{100}.7=17{,}05$

Зад .3. $x_{1,2}=\pm\sqrt{13}$; $y_{1,2}=\dfrac{1\pm\sqrt{13}}{6} \Rightarrow x_2+y_2=-\sqrt{13}+\dfrac{1-\sqrt{13}}{6}=\dfrac{1-7\sqrt{13}}{6}$

Зад. 4. Нека т. P е такава, че $DP = PE$ и през точките P и D прекарваме отсечките PQ и DR успоредни на AF. Отсечката EF е средна отсечка в $\Delta\ PQC \Rightarrow C\,F= FQ= 2$. Отсечката PQ е средна основа на трапеца $DRFE$ и $QR = FQ= 2$ см. Тъй като $\Delta\ ABC$ е равнобедрен, то $AD= DB \Rightarrow DR$ е също средна отсечка в $\Delta\ AFB$ и $BR= RF= 4$ см. Следователно $BC = 10$ см.

Зад.5. Сумата

$$\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+.......+\frac{1}{\sqrt{2008}+\sqrt{2009}}+\frac{1}{\sqrt{2009}+\sqrt{2010}}=\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}}.\frac{\sqrt{1}-\sqrt{2}}{\sqrt{1}-\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}.\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}+...$$

$$+\frac{1}{\sqrt{2009}+\sqrt{2010}}.\frac{\sqrt{2009}-\sqrt{2010}}{\sqrt{2009}-\sqrt{2010}}=\sqrt{2010}-1$$

Зад. 6. Точка N е на равни разстояния от страните CM и BC, но BC = 2CM $\Rightarrow S_{BCN} = 2S_{CMN}$.

$S_{BCM}=\dfrac{1}{4}a^2 \Rightarrow S_{BCN}=\dfrac{2}{3}.\dfrac{1}{4}a^2=\dfrac{a^2}{6}$. $S_{ABN}=S_{ABC}-S_{BCN}=\dfrac{a^2}{2}-\dfrac{a^2}{6}=\dfrac{a^2}{3}$

Зад. 7. $\sqrt{9-4\sqrt{5}}+\dfrac{3}{\sqrt{5}+2}=\sqrt{5-2.2\sqrt{5}+4}+\dfrac{3(\sqrt{5}-2)}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)}=\sqrt{5}-2+3(\sqrt{5}-2)=4(\sqrt{5}-2)$

Зад. 8. От 99 % вода $\Rightarrow$ 1% е сухо вещество краставици, което е 1 кг. Нека след съхранението краставиците са х кг, а сухото вещество е 2%. Следователно 2%.х = 1 $\Rightarrow$ х = 50 кг.

Зад. 9. От $CN = NB$ и $BQ = QP$, следва че NQ е средна отсечка в $\Delta\ BPC$. От $AM = MC$ и $AP = PQ$, Следва, че MP е средна отсечка в $\Delta\ AQC$. Тогава $CP = 2NQ$ и $CQ = 2MP$, откъдето $CP=CQ$, т.е. $\Delta\ PQC$ е равнобедрен и $CT \perp PQ$, където T е средата на PQ. Но T е средата и на AB и $CT \perp AB$. Следователно CT е височина и медиана на триъгълника ABC, т.е. е равнобедрен.

Зад. 10. Дискриминанта $D = (2к-5)^2-8(к-3)=(2к-7)^2$ е точен квадрат и се анулира при $к=\dfrac{7}{2}$

а) Заместваме х = -3 в $2x^2-(2к-5)\,x+к-3=0 \Rightarrow 2(-3)^2-(2к-5)(-3)+к-3=0 \Rightarrow к=0$

б) Корените на уравнението са $x_1=\dfrac{1}{2}$, $x_2=к-3$. Тогава $x_1^{\ 2}+x_2^{\ 2}=\dfrac{1}{4}+(к-3)^2=\dfrac{5}{16} \Rightarrow к_1=\dfrac{13}{4};к_2=\dfrac{11}{4}$.

<u>Секция "Изток" – СМБ</u>

КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 11.12.2010 г.

9 клас

<u>Времето за решаване е 120 минути.</u>

<u>Регламент:</u> Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. "Друг отговор " се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.

<u>Организаторите Ви пожелават успех!</u>

Име...училище...град......................

Зад 1. Стойността на числовия израз $(2+\sqrt{5})^2(2-\sqrt{5})^2$ е равна на:

а)1; б) 4; в) 9; г) друг отговор.

Зад 2. Числата $\frac{2}{3}$ и $-\frac{3}{2}$ са корени на уравнението:

а) $6x^2-5x-6=0$; б) $6x^2+5x+6=0$; в) $6x^2+5x-6=0$; г) $6x^2-5x+6=0$.

Зад 3. За уравнението $x^2+8x-1=0$ с корени x_1 и x_2, стойността на израза $x_1x_2^2+x_2x_1^2$ е равна на:

а) 8; б) -5; в) -8; г) друг отговор.

Зад 4. Сборът от корените на уравнението $\frac{x}{x-3}+\frac{x-3}{x}=\frac{5}{2}$ е равен на:

а)6; б) 0; в) -3; г) друг отговор.

Зад 5. Външно за правоъгълен триъгълник *ABC* (ъгълът при връх *C* е прав) са построени квадрати със страни *AC* и *BC*. Ако O_1 и O_2 са пресечните точки на диагоналите на тези квадрати, а *M* е средата на хипотенузата *AB*, то градусната мярка на $\angle O_1MO_2$ е числото:

а) 45; б) 90; в) 100 г) друг отговор.

Зад 6. Даден е триъгълник *ABC* със страни $AC=b$ и $BC=a$ и медиана CM. В триъгълниците AMC и BMC са вписани окръжности, които се допират до CM в точките P и Q съответно. Дължината на отсечката PQ, изразена чрез a и b, е равна на:

а) $a-b$; б) $\frac{a-b}{2}$; в) 4 г) друг отговор

Зад 7. Разликата между най-голямия и най-малкия корен на уравнението $x^2-3|x|+2=0$ е равна на:

а) -2; б) 0; в) 2; г) друг отговор.

Зад 8. Ако $a=\frac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{3}$, то числената стойност на израза $\sqrt{a-2\sqrt{a-1}}+\sqrt{a+2\sqrt{a-1}}$ е равна на:

а) $\sqrt{\frac{\sqrt{7}+\sqrt{3}+6}{3}}$; б) $\sqrt{\frac{4\sqrt{7}+4\sqrt{3}-6}{3}}$ в) 4; г) друг отговор.

Зад 9. Намерете стойностите на параметъра a, за които уравнението $3x^2-2ax+a^2-6a+11=0$ има два реални корена, единият от които е реципрочен на другия.

а) 4 и 2; б) 2; в) 1; г) друг отговор

Зад 10. Напишете пример за биквадратно уравнение, което

а) няма решение б) има точно 1 решение

в) има точно 2 решения г) има точно 3 решения

д) има точно 4 решения

Цифрите, които можете да използвате при записа са 0, 1, 2 и 4. Обосновете отговорите си.

Отговори 9 клас

1.А); **2.**В; **3.А**; **4.**Г) 3; **5.**Б; **6**.Г) $\frac{|a-b|}{2}$ **7.**Г) 4 **8** Г) 2; **9.** Г) 4

10. Напр.

а) $x^4 + x^2 + 1 = 0$

б) $x^4 = 0$

в) $x^4 - 1 = 0$

г) $x^4 - x^2 = 0$

д) $x^4 - 4x^2 + 1 = 0$

<u>Секция “Изток” – СМБ</u>
КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 11.12.2010 г.
10 клас

<u>Времето за решаване е 120 минути.</u>
<u>Регламент:</u> Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. “Друг отговор ” се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.
<u>Организаторите Ви пожелават успех?</u>

Име .... училище .... град ....

1 зад. Колко от числата $2,(3)$; $-\sqrt{256}$; $\pi - 3,14$; $\frac{22}{7}$ и $\left(1-\sqrt{2}\right)^2$ са ирационални?

А) 0; **Б)** 1; **В)** 2; **Г)** друг отговор ________________________

2 зад. Ако графиката на функцията $y = 3x^2 - 4ax + 2$ има ос на симетрия правата, която минава през точката $A(2;-2)$, то стойността на a е:

А) 3; **Б)** -3; **В)** 2; **Г)** друг отговор ________________________

3 зад. Върхът на параболата $y = -3x^2 - 6x - 2$ е точката $V(x_0, y_0)$. Стойността на $x_0 + y_0$ е:

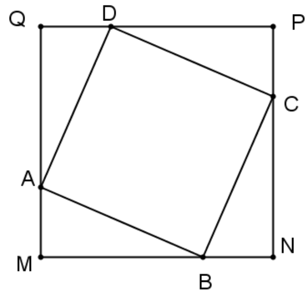
А) 2; **Б)** 7; **В)** -11; **Г)** друг отговор ________________________

4 зад. Броят на реалните корени на уравнението $x^2\sqrt{1-x} = 3x\sqrt{1-x}$ е:

А) 1; **Б)** 2; **В)** 3; **Г)** друг отговор ________________________

5 зад. Броят на целите числа, които са решения на неравенството $\frac{x^2-5x+6}{x^2-4} \le 0$ е:

А) 3; **Б)** 4; **В)** 5; **Г)** друг отговор________________________

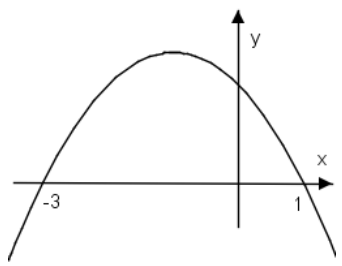


6 зад. Ако точките A, B, C и D делят страните на квадрата MNPQ в отношение 2:1, то отношението MN:AB е равно на:

А) $\sqrt{5}:2$; **Б)** $3:2$; **В)** $2:\sqrt{3}$; **Г)** друг отговор ________________________

7 зад. Ако $tg\alpha = \sqrt{2}$, то стойността на израза $\frac{1}{\sin^2\alpha - \cos^2\alpha} + \frac{3\sin^2\alpha - \cos^2\alpha}{3\cos^2\alpha - \sin^2\alpha}$ е равна на:

А) 8; **Б)** 12; **В)** -2; **Г)** друг отговор ________________________



8 зад. Графиката на квадратната функция $y = ax^2 + bx + c$ е скицирана на чертежа.

Знаците на a, b и c в този ред са:

А) —, —, —; Б) —, +, +; В) +, —, +; Г) друг отговор ________________________

9 зад. Едната страна на правоъгълен триъгълник се различава с 3 см от другите две. Лицето на триъгълника в см^2 е равно на:

А) 54; **Б)** $13,5 + 9\sqrt{2}$; **В)** $9\sqrt{2} - 13,5$; **Г)** друг отговор ________________________

10 зад. Да се намерят стойностите на реалния параметър a, за които сумата $x_1^2 + x_2^2$ приема най-голяма стойност, където x_1 и x_2 са реалните корени на уравнението $x^2 - (a-1)x + a^2 - 7a + 14 = 0$.

Отговори: 1В; 2А; 3Г, 0; 4Б; 5В; 6Г, $3:\sqrt{5}$; 7А; 8Б; 9Г, 54 или $13{,}5+9\sqrt{2}$

Решение на 10 задача:
Получена $D=-3a^2+26a-55$ .... 2т.
решено неравенството $D\geq 0$ и получено $11/3\leq a\leq 5$ .... 3т.

написани формулите на Виет: $x_1+x_2=a-1$, $x_1x_2=a^2-7a+14$ .... 2т.
получено $x_1^2+x_2^2=-a^2+12a-27$ .... 3т.

намерено $a_0=6$ .... 3т.
установено, че $a_0\notin[11/3;5]$ и че най-голямата стойност е при $a=5$ .... 2т.

Павлин Цонев, Плевен
ptsonev@yahoo.com

<u>Секция “Изток” – СМБ</u>

КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 11.12.2010 г.

11 клас

<u>Времето за решаване е 120 минути.</u>

<u>Регламент:</u> Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. “Друг отговор ” се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.

<u>Организаторите Ви пожелават успех!</u>

Име...училище...град......................

Зад 1. Стойността на сумата $S = 3 + 7 + 11 + 15 + ... + 55$ е равна на:

а) 812; б) 406; в) не може да се определи; г) друг отговор.

Зад 2. Разстоянието между пресечните точки на графиката на функцията $f(x) = x^2 - 6x - 7$ с абсцисната ос е:

а) 5; б) 6; в) 7; г) друг отговор.

Зад 3. Градусните мерки на ъглите на триъгълник образуват аритметична прогресия. Колко градуса е най-големият ъгъл, ако той е 5 пъти по-голям от най-малкия?

а) 60^0; б) 90^0; в) 100^0; г) 120^0.

Зад 4. Стойността на $\log_3 \dfrac{3\sqrt[3]{81}}{\sqrt{27}}$ е:

а) $\dfrac{5}{6}$; б) $\dfrac{2}{3}$; в) $\dfrac{1}{2}$; г) друг отговор.

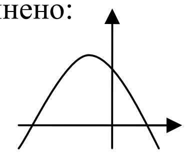
Зад 5. В телефонния номер 638*3* са изтрити две цифри. Каква е вероятността случайно избран номер от този вид да се дели на 9 и 5?

а) 1:50; б) 1:100; в) 2:90; г) друг отговор

Зад 6. Дължините на страните на триъгълник са 1, 2 и $\sqrt{7}$. Най-големият ъгъл на триъгълника е:

а) 60^0; б) 90^0; в) 135^0; г) друг отговор

Зад 7. За функцията $f(x) = ax^2 + bx + c$, чиято графика е на фигурата е изпълнено:



а) $a > 0, b < 0, c > 0$; б) $a < 0, b > 0, c > 0$;

в) $a < 0, b < 0, c > 0$; г) друг отговор.

Зад 8. $ABCD$ ($AB \parallel CD$, $AD \perp AB$) е правоъгълен трапец с периметър 12 и $\angle ABC = 30^0$. Ако лицето на трапеца е максимално, то AD е равна на :

а) $\sqrt{3}$; б) $2\sqrt{3}$; в) $3\sqrt{3}$; г) друг отговор.

Зад 9. Нека $M = 4^{\cos\alpha} - 3.2^{\cos\alpha} + 2, \alpha \in [0^0, 180^0]$. Най-голямата стойност на $\boldsymbol{M}$ е :

а) 0,75; б) 1; в) 0; г) друг отговор.

Зад 10. Дадена е функцията $f(x) = x^2 - 2x - 3$

а) да се построи графиката на *f(x)*;

б) да се определи броя на корените на уравнението $|f(x)| = a$, в зависимост от стойностите на реалния параметър $\boldsymbol{a}$.

Отговори 9 клас

1.Б); **2.**Г 8; **3.В)**; **4.**А); **5.**А); **6.**Г 120^0; **7.**В) **8.**Г 2; **9.**А

Упътвания и решения:

Зад 1. Очевидно това е сбор на аритметична прогресия с $a_1 = 3, d = 4$. Броя на елементите получаваме от формулата $a_n = a_1 + (n-1)d = 3 + (n-1).4 = 4n - 1 = 55 \Rightarrow n = 14$

$S = S_{14} = \frac{a_1 + a_n}{2}.n = \frac{3+55}{2}.14 = 402$

Зад 2. Пресечните точки са точно корените на уравнението, 7 и −1.

Зад 3. Нека имаме $\div \alpha < \beta < \gamma$, тогава $\gamma = 5\alpha, \beta = \frac{\alpha+\gamma}{2} = \frac{\alpha + 5\alpha}{2} = 3\alpha$ От сбора на ъглите в триъгълника $\Rightarrow \alpha + 3\alpha + 5\alpha = 180^0 \Rightarrow 9\alpha = 180^0 \Rightarrow \alpha = 20^0$, а $\gamma = 100^0$

Зад 4. $\frac{3\sqrt[3]{81}}{\sqrt{27}} = \frac{3^1.3^{\frac{4}{3}}}{3^{\frac{3}{2}}} = 3^{1+\frac{4}{3}-\frac{3}{2}} = 3^{\frac{5}{6}}$.

Зад 5. За да се дели на 9 сборът от цифрите се дели на 9$\Rightarrow$ 6+3+8+3+*+*=20+*+*се дели на 9. За да седели на 5 $\Rightarrow$ завършва на 0 или 5. Има две възможности 6387**30** и 638**235.** Общият брой възможности е 10.10=100$\Rightarrow$вероятността е 2:100=1:50.

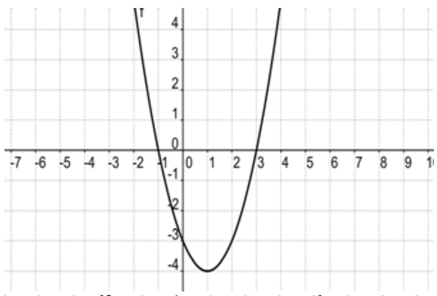
Зад 6. Най-голямата страна е $\sqrt{7}$. От косинусова теорема $\cos\varphi = \frac{1^2 + 2^2 - (\sqrt{7})^2}{2.1.2} = -\frac{1}{2}$

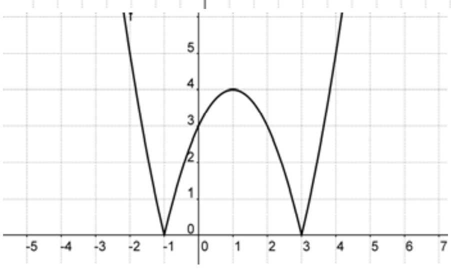
Зад 7. От вида на параболата $\Rightarrow a < 0$, от пресечната точка с ординатната ос$\Rightarrow c > 0$, от върха на параболата $-\frac{b}{2a} < 0 \Rightarrow b < 0$

Зад 8. Нека *CH* е височина. Означаваме *AD* = *CH* = *x*, *CD* = *AH* = *y*. От правоъгълния Δ *BCH* $\Rightarrow$ *BC* = 2*x*, *AB* = *y* + $x\sqrt{3}$. От периметъра $2y + x\sqrt{3} + 3x = 12 \Rightarrow 2y + x\sqrt{3} = 12 - 3x$,

$S = \frac{(AB+CD)CH}{2} = \frac{(2y + x\sqrt{3}).x}{2} = \frac{x(12-3x)}{2}$. $f(x) = x(12-3x)$ има максимум във върха $x_0 = 2$.

Зад 9. Нека $t = 2^{\cos\alpha}, \cos\alpha \in [-1, 1] \Rightarrow t \in [\frac{1}{2}, 2]$. Най-голямата стойност на $M(t) = t^2 - 3t + 2$ в интервала [1/2, 2] се достига при $t = \frac{1}{2} \Rightarrow M_{\max} = M\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4}$





Зад.10. а) (**5 точки**) в зависимост от степента на вярност и прецизност при построяването.

б**) (10 точки)** използваме , че от графиката на *f(x),* може да получим графиката на $|f(x)|$ чрез симетрия на частта под *Ox* спрямо оста. Броят на решенията се определя от броя на пресечните точки на графиката с правата *y* = *a*, успоредна на *Ox*.

$a < 0$ няма решение,

$a = 0$ две решения

$a \in (0, 4)$ четири решения;

$a = 4$ три решения;

$a > 4$ две решения.

Задачата може да се решава и аналитично.

За всеки верен случай по **2 точки**.

Стефчо Наков

Монтана

<u>Секция "Изток" – СМБ</u>
КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 11.12.2010г.
12 клас

<u>Времето за решаване е 120 минути.</u>
<u>Организаторите Ви пожелават успех!</u>

Име..училище........................град.....................

ПЪРВА ЧАСТ

Всяка задача има само един верен отговор. „Друг отговор" се приема за решение само ако е отбелязан верен резултат. Задачите се оценяват с по 2 точки.

1. След опростяване на израза $\dfrac{x^{-5}\sqrt[7]{x}}{x^{-2}x^{-2\frac{6}{7}}}$ ($x\neq 0$) се получава:
а) x; б) x^3; в) 1; г) друг отговор.

2. Всички цели стойности на параметъра a, за които уравнението $(a-12)x^2-2(a-12)x+3=0$ няма реални корени са:
а) 13 и 14; б) 13, 14 и 15; в) 12, 13 и 14; г) друг отговор.

3. Дефиниционната област на функцията $y = \log_5\left|x^2-3x+2\right|$ е:
а) $x \in (-\infty, +\infty)$; б) $x \in (-\infty, 1) \cup (1,2) \cup (2, +\infty)$; в) $x \in (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$; г) друг отговор.

4. Решенията на уравнението $(x^2+5x+6)\sqrt{x+2}=0$ са:
а) -2; б) -3; в) -2 и -3; г) друг отговор.

5. Най-малкото цяло число, което е решение на неравенството $2^{x-2}>16^{-\frac{1}{x}}$ е:
а) 3; б) 2; в) 0; г) друг отговор.

6. Сборът на модата и средноаритметичното на извадката 5, 7, 1, 5, 10, 2, е:
а) 11; б) 10; в) 2; г) друг отговор.

7. Броят на различните начини, по които от 6 момчета и 4 момичета може да се образува група от 3 момчета и 3 момичета е равен на:
а) 36 ; б) 80; в) 96 г) друг отговор.

8. Диагоналите AC и BD на трапеца $ABCD$ се пресичат в точката O, а продълженията на бедрата AD и BC в точка M. Ако $DO:OB = 3:5$, то отношението $AD:DM$ е равно на:
а) 2:3; б) 3:2; в) 2:5; г) друг отговор.

9. Средната основа на трапец е 12 и дели лицето на трапеца в отношение 3:5. Дължините на основите са:
а) 5 и 15; б) 6 и 18; в) 3 и 9; г) друг отговор.

10. В остроъгълния триъгълник ABC са построени височините AH ($H\in BC$) и CD ($D\in AB$). Ако $AD=BC=5$ и $DB=3$, то дължината на AH е:
а) $5\frac{4}{5}$; б) 6; в) $6\frac{2}{5}$; г) друг отговор.

11. Страните на правоъгълен триъгълник образуват аритметична прогресия с разлика 2. Медианата към хипотенузата на този триъгълник е:
а) 6; б) 5; в) 4; г) друг отговор.

12. Даден е равнобедрен триъгълник с дължина на височината към основата 10 и височина към бедрото 12. Лицето на триъгълника е:
а) 70; б) 75; в) 80; г) друг отговор.

ВТОРА ЧАСТ

Следващите две задачи са със свободен отговор, който трябва да се запише. Задачите се оценяват с по 3 точки.

13. Да се намери стойността на $\sin\alpha$, ако $\sin\frac{\alpha}{2}+\cos\frac{\alpha}{2}=1{,}4$.

Отговор:..........................

14. През точка M към окръжност k с радиус, равен на 4 см, е прекарана допирателна, която се допира до k в точката C, и секуща, минаваща през центъра O на окръжността и пресичаща k в точките A и B така, че $MA=AO$. Точката N е средата на по-малката дъга AC. Да се намери лицето на триъгълника MON.

Отговор:.................................

ТРЕТА ЧАСТ

На следващите три задачи трябва да се опише подробно решението. Задачите се оценяват с по 10 точки.

15. Да се намери стойността на $x–y$ от системата:

$$\begin{cases} x^2y-xy^2=1 \\ x^3-y^3=11 \end{cases}$$

16. Даден е правоъгълният триъгълник ABC ($\angle C=90^0$). Построена е височината CH ($H\in AB$) и медианата CL ($L\in HB$) на триъгълника HBC. Да се намери $\cos\angle LCB$, ако е известно, че $CL=4$ и $AH=\frac{9}{2\sqrt{7}}$.

17. Даден е изпъкналият четириъгълник $ABCD$ със страни $AB=4$, $BC=3$, $CD=2$ и $AD=1$, който е вписан в окръжност. Да се намери радиусът на тази окръжност.

ОТГОВОРИ

1. в). **2.** в). **3.** б). **4.** а). **5.** г) $x = 1$. **6.** б). **7.** б). **8.** а). **9.** б). **10.** в). **11.** б). **12.** б). **13.** $0{,}96$. **14.** $8\ \mathrm{cm}^2$ **15.** $x - y = 2$. **16.** $\cos\sphericalangle LCB = \frac{46}{8\sqrt{37}}$. **17.** $R = \frac{\sqrt{385}}{4\sqrt{6}}$.

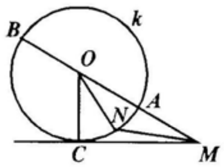
РЕШЕНИЯ

13. Като вземем предвид, че от $\sin\frac{\alpha}{2} + \cos\frac{\alpha}{2} = 1{,}4$ следва

$$\sin^2\frac{\alpha}{2} + \cos^2\frac{\alpha}{2} + 2\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2} = 1{,}96 \iff 1 + \sin\alpha = 1{,}96$$

заключаваме, че $\sin\alpha = 1{,}96 - 1 = 0{,}96$.

14. В правоъгълния $\triangle MOC$ имаме $OC = \frac{1}{2}MO$, следователно $\sphericalangle CMO = 30°$, а $\sphericalangle MOC = 60°$. По условие $\widehat{CN} = \widehat{NA}$. Тогава $\sphericalangle NOA = \frac{1}{2}\sphericalangle COA = 30°$. Лицето на $\triangle MON$ е $S_{MON} = \frac{1}{2}ON.MO.\sin\sphericalangle MON = \frac{1}{2}.4.8.\frac{1}{2} = 8\ \mathrm{cm}^2$



15. Преобразуваме дадената система и получаваме

$$\left|\begin{aligned} & xy(x-y) = 1 \\ & (x-y)(x^2+xy+y^2) = 11 \end{aligned}\right. \iff \left|\begin{aligned} & xy(x-y) = 1 \\ & (x-y)\Big((x-y)^2 + 3xy\Big) = 11. \end{aligned}\right.$$

Заместаме $xy = \frac{1}{x-y}$ във второто уравнение на системата и получаваме

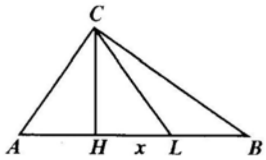
$$(x-y)\left((x-y)^2 + \frac{3}{x-y}\right) = 11 \iff (x-y)^3 = 8,$$

откъдето $x - y = 2$.

16. Означаваме $HL = x$. Имаме

$$CH^2 = AH.HB \iff CL^2 - HL^2 = AH.HB \iff$$

$$16 - x^2 = \frac{9}{2\sqrt{7}}.2x \iff x^2 + \frac{9}{\sqrt{7}}x - 16 = 0,$$



откъдето

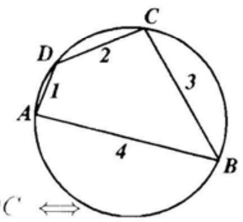
$$x = \frac{1}{2}\left(\frac{-9}{\sqrt{7}} + \sqrt{\frac{81}{7} + 64}\right) = \frac{1}{2}\cdot\frac{-9+23}{\sqrt{7}} = \frac{7}{\sqrt{7}} = \sqrt{7}.$$

Оттук $LH = x = \sqrt{7}$, $BC = \sqrt{CH^2 + HB^2} = \sqrt{16 - x^2 + 4x^2} = \sqrt{16 + 3.7} = \sqrt{37}$. Прилагаме косинусовата теорема за $\triangle LCB$ и получаваме

$$\cos\sphericalangle LCB = \frac{BC^2 + CL^2 - LB^2}{2.BC.CL} = \frac{37 + 16 - 7}{2.\sqrt{37}.4} = \frac{46}{8\sqrt{37}}.$$

17. Тъй като $\sphericalangle ABC + \sphericalangle ADC = 180°$, то като приложим косинусовата теорема за $\triangle ABC$ и $\triangle ADC$, получаваме

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2.AB.BC.\cos\sphericalangle ABC$$
$$AC^2 = AD^2 + DC^2 - 2.AD.DC.\cos\sphericalangle ADC.$$



Приравняваме двете равенства и последователно получаваме

$$4^2 + 3^2 - 2.3.4.\cos(180° - \sphericalangle ADC) = 1^2 + 2^2 - 2.1.2.\cos\sphericalangle ADC \iff$$

$$16 + 9 + 24\cos\sphericalangle ADC = 1 + 4 - 4\cos\sphericalangle ADC \iff 28\cos\sphericalangle ADC = 5 - 25 \iff \cos\sphericalangle ADC = \frac{-5}{7}$$

откъдето

$$\sin\sphericalangle ADC = \sqrt{1 - \frac{5^2}{7^2}} = \frac{2\sqrt{6}}{7} \text{ и } AC^2 = 5 - 4.\left(\frac{-5}{7}\right) = 5 + \frac{20}{7} = \frac{55}{7}$$

Прилагаме синусовата теорема за $\triangle ADC$ и получаваме $\frac{AC}{\sin\sphericalangle ADC} = 2R$, където R е радиусът на описаната около $\triangle ACD$ окръжност. Заместваме AC и $\sin\sphericalangle ADC$ с намерените стойности и получаваме $\frac{\sqrt{\frac{55}{7}}}{\frac{2\sqrt{6}}{7}} = 2R$, откъдето $R = \frac{\sqrt{385}}{4\sqrt{6}}$.