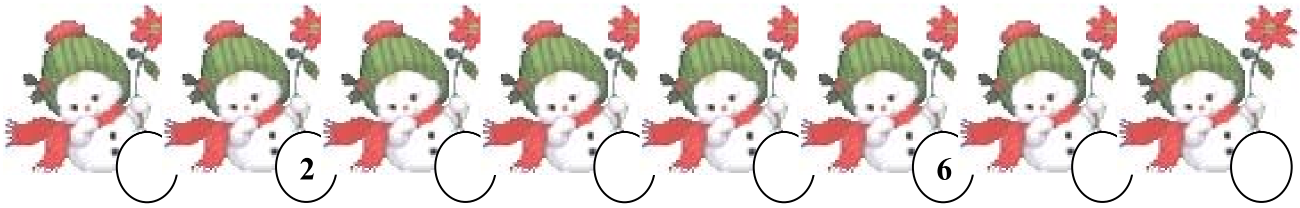
КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ 2011-ТЕМА 1КЛАС

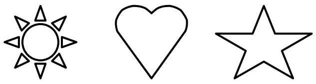
Име...,вх.№............

Училище...

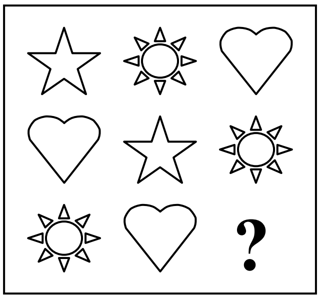
1.



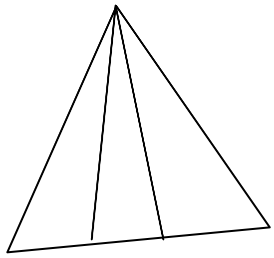
2. **?**



... ...

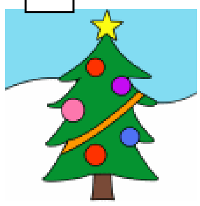


3. △...?

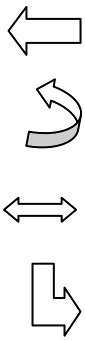


4.

5 + 2 = ☐ → ☐ - 4 = ☐ → ☐ + 1 = ☐ → ☐ + 4 = ☐ → ☐ - 7 = ☐ → ☐ + 0 = ☐



5.

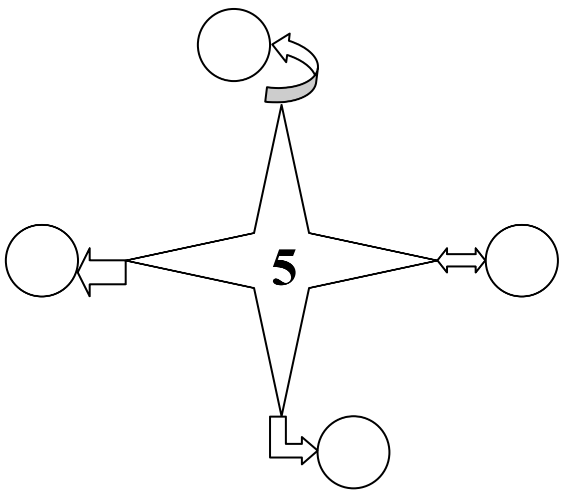


-3

+2

+3

-2



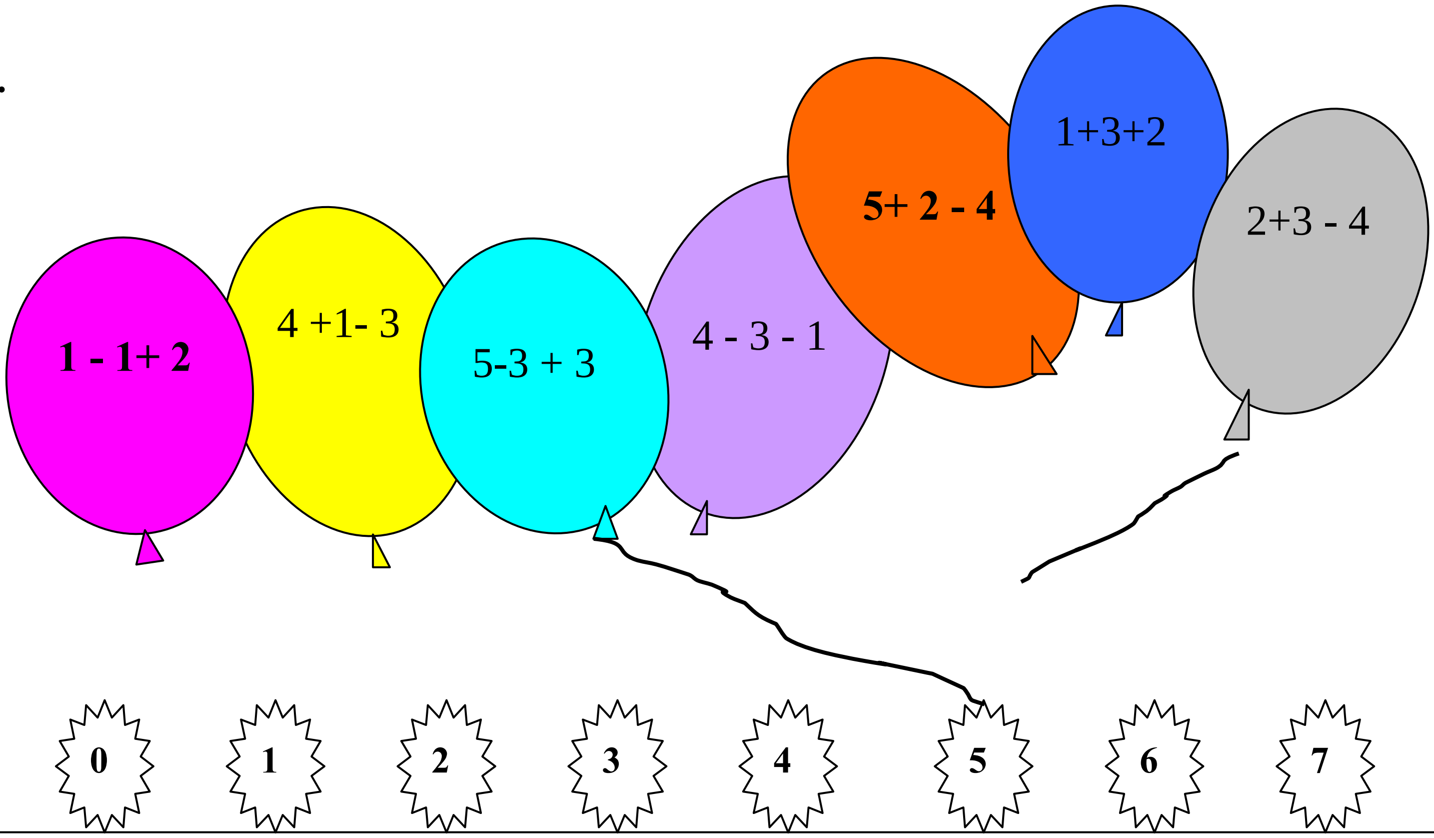
6. + -

2 ☐ 6 ☐ 3 ☐ 1 = 6   7 ☐ 2 ☐ 5 ☐ 6 = 6

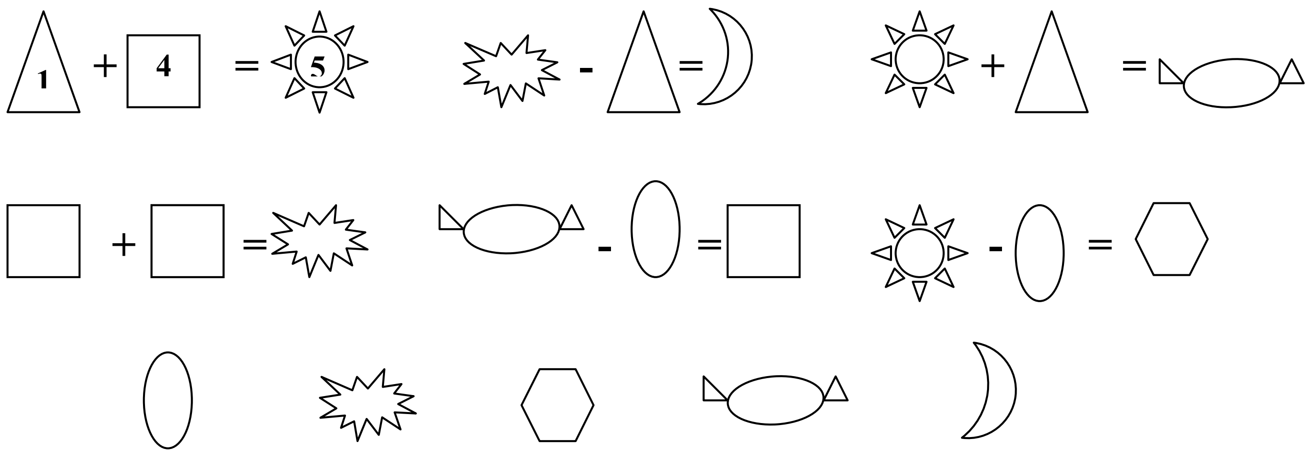
7. < > =

5 + 2 ☐ 6	7 – 2 ☐ 5 – 1	5 + 0 ☐ 5 - 0
7 ☐ 4 + 3	4 – 2 ☐ 2 + 2	3 + 2 ☐ 7 – 1

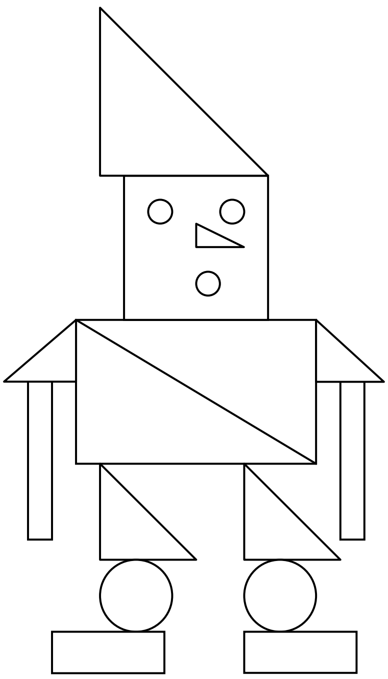
8.

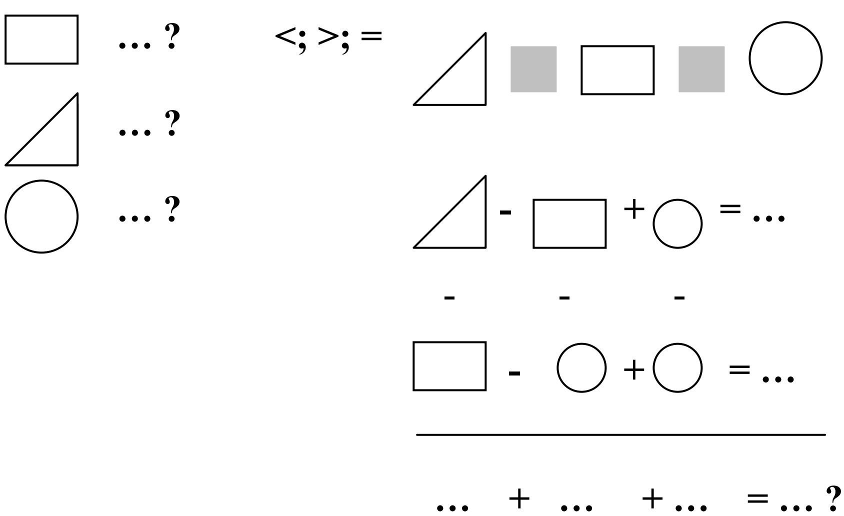


9.



10.



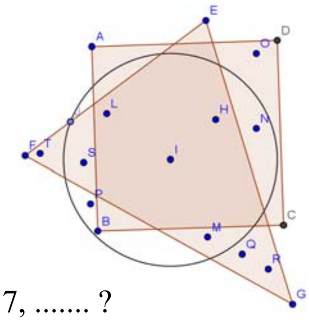


СМБ – Секция"ИЗТОК"
КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 10. 12. 2011г.
2 клас

Времето за решаване е 120 минути.
Регламент: Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. "Друг отговор" се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите са разделени на групи по трудност: от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки; от 3 до 6 - с по 5 точки и от 7 до 10 – с по 7 точки. Задача 10 се решава и описва подробно.
Организаторите Ви пожелават успех !

Име…………………………………………училище……………………………...град/село …………………

Зад.1 Ива пресметнала израза 27+(16 -15) - (24 - 20+17) и получила:
а)7 б) 1 в) 6 г) друг отговор



Зад.2 Колко са буквите разположени вътре в триъгълника, които не са нито в квадрата, нито в кръга?
а) 10 б) 3 в) 6 г) друг отговор

Зад.3 Колко е сборът от цифрите на липсващото число в редицата 2, 7, 12, 17, ... ?
а) 22 б) 5 в) 4 г) друг отговор

Зад.4 Едно от джуджетата на Дядо Коледа минало и взело от чувала му 5 подаръка. След него друго джудже сложило в чувала 3 подаръка. Ако подаръците са станали 16, колко са били в началото?
а) 18 б) 17 в)14 г) друг отговор

Зад.5 Във втори клас има 9 момичета. Подредили се в редичка. Ани установила, че пред нея има 5 момичета. Колко има след нея?
а) 4 б) 3 в) 9 г) друг отговор

Зад.6 Ако защтрихованата част има обиколка 15 см, колко е обиколката на правоъгълника ?
а) 13см б) 30см в) 15см г) друг отговор

Зад.7 Бабата на Рени изпекла общо 48 геврека, питки и курабии. Питките и курабиите са равен брой, а гевреците са колкото питките и курабиите взети заедно. Колко геврека е изпекла бабата?
а) 24 б) 32 в) 8 г) друг отговор

Зад.8 Две пълни бурета тежат общо 14 килограма, а пълни до половината тежат общо 9 килограма. Колко тежи едно празно буре?
а) 5килограма б) 2килограма в) 3килограма г) друг отговор

Зад.9 В автопоход взели участие няколко коли и 2 мотора. Във всяка кола има по една резервна гума, а моторите нямат такава. Колко са колите, ако всички гуми са общо 24?
а) 22 б) 5 в) 6 г) друг отговор

Зад.10 На опашка в банката чакат само пет човека - Илиев, Колев, Пенев, Радев и Савов. След Колев няма никой. Илиев е преди Савов, но не е до него. Всички са след Радев.

А) Третият на опашката ще тегли пари за да купи компютър на сина си Иван. Как се казва бащата на Иван?

Б) Последният от опашката забелязал, че всеки клиент стои пред касата 6 минути. Ако първият клиент застане на касата в 10 часа и 10 минути в колко часа Колев ще напусне касата?

В) Радев пътува от къщи до банката 30 мин. За това време Савов може да отиде до банката и да се върне. Двамата ходят еднакво бързо. Ако за един час Радев изминава 8 км., на какво разстояние от банката живее Савов?

Отговори: **Зад.**1-а, **Зад.**2-б, **Зад.**3-в, **Зад.**4-а, **Зад.** 5-б, **Зад.**6-в, **Зад.**7-а, **Зад.**8-б, **Зад.**9-г 4

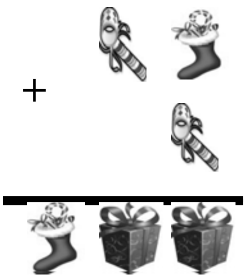
Зад.10
А) Пенев (6 точки)
Б) 10 ч. 40 мин. (4 точки)
В) 2 км. (5 точки)

Секция “Изток” – СМБ
КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 10.12.2011 г.
3 клас

Времето за решаване е 120 минути.
Регламент: Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. “Друг отговор ” се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.
Организаторите Ви пожелават успех!

Име...училище..град.....................

1 задача: Сия си намислила едно число. Прибавила към него 5, разделила на 3, умножила по 4, намалила полученото с 6. После резултата намалила 7 пъти и получила 2. Кое число намислила Сия?
а) 10 б) 15 в) 20 г) друг отговор
2 задача Заменете коледните символи с цифри, така че да са изпълнени означените действия, като се знае, че всеки символ означава цифра (еднаквите символи означават еднакви цифри, различните символи – различни цифри).
Коя е цифрата, означена с  ?



а) 1 б) 2 в) 3 г) друг отговор

3 задача: Една круша тежи колкото две праскови. Една праскова тежи колкото 8 сливи. Колко сливи тежат колкото една круша?

а) 4 сливи б) 8 сливи в) 16 сливи г) друг отговор

4 Задача: На мястото на знака ? поставете пропуснатите числа, така че да се запази закономерността –
2 9 23 44 72 ? ? ? ;
Сборът на първото и осмото число е:
а) 109 б) 151 в) 198 г) друг отговор
5 задача: Две риби и половина струват колкото една риба и 105ст. Една риба струва:
а) 105ст б) 35ст в) 70ст г) друг отговор

6 задача: В къща има стълбище, чиито стъпала са с ширина 30см и с височина 20 см. Това стълбище е покрито с пътека, дълга 9м. Броят на стъпалата е:
а) 9 б) 18 в) 27 г) друг отговор

7 задача: В 4 кутии има общо 95 коледни играчки. В червената и жълтата има общо 38 коледни играчки, във жълтата и зелената има 40 коледни играчки, а в жълтата, зелената и синята- 63 коледни играчки. В коя кутия има най-много коледни играчки?
а) в червената б) в жълтата в) в зелената г) друг отговор
8 задача: Като отивал на училище Иван срещнал Галя, която се връщала от училище. Заприказвали се и видели между тях на тротоара написано едно число. Иван извадил

от числото 1, а Галя прибавила 2. И двамата получили един и същи резултат. Кое число е видяла Галя?

а) 9 б) 5 в) 8 г) друг отговор

9 задача: Електронен часовник показва 20:00 ч. Колко пъти в следващите два часа на часовника ще се появи цифрата 2?

а) 26 б) 28 в) 29 г) друг отговор

10 задача: На масата са наредени пластмасови триъгълници и четириъгълници. Броят на фигурите е 12, а на всичките им върхове – 43. Колко са четириъгълниците?

ОТГОВОРИ:

1)а 2)а 3)в 4)г-200 5)в 6)б 7)в 8)г 9)г-33

1 задача – решение:
2*7=14+6=20:4=5*3=15-5=10
2 задача – решение:

 +  е число завършващо на . Нека накратко запишем числото така: **È** 

(където с **È** сме отбелязали цифрата пред , ако има такава). Следователно

 +  = **È** . Тъй като  $\leq$ 9,  $\leq$ 9, и  $\neq$ , то

 +  $\leq 9+8=17$**.** Следователно, ако имаме пренос към десетиците, то той е 1. Но, ако няма пренос, то  =  . Това е невъзможно и затова има пренос 1.

Следовтелно  + 1 =  . Това е възможно само, ако  = 9. Тогава

  = 10. Решението на ребуса е: 91 + 9 = 100.

3 задача – решение
1 кр = 2 пр
1 пр = 8 сл $\Rightarrow$
2 пр = 8сл**.**2 = 16 сл $\Rightarrow$ 1 кр = 2 пр = 16 сл
4 задача – решение:
$2+7=9+2.7=23+3.7=44+4.7=72+5.7=107+6.7=149+7.7=198$
198+2=200

5 задача – решение:
1 риба + <u>1 риба</u> + половин риба = <u>1 риба</u> + 105 ст
1 риба + половин риба = 105 ст
половин риба + половин риба + половин риба = 105 ст
половин риба + половин риба + половин риба = 35 ст + 35 ст + 35 ст
половин риба = 35 ст
1 риба = 70 ст
6 задача – решение:
900см : 50 см = 18 стъпала
7 задача – решение:
червена + жълта = 38 броя
жълта + зелена = 40 броя
жълта+ зелена + синя = 63броя
Следователно в <u>синята кутия има 63 – 40 = 23 броя</u>.
Но червена +жълта + зелена +синя +жълта = 38 + 63 = 101 броя или 95 + жълта = 101, от където се вижда, че в жълтата <u>кутия има 6 играчки</u>.
Тогава в <u>червената има 38 – 6 = 32 играчки</u>, а в <u>зелената 40 – 6 = 34 играчки</u>.
Следователно най – много играчки има в зелената кутия.
8 задача – решение:
Били са един срещу друг и Иван е виждал 9 (9 - 1 = 8). Галя е виждала 6 (6+2= 8)
9 задача – решение…..
От 20 до 21 ч включително – 15 пъти; от 21 до 22 – 18 пъти. Общо 33 пъти.

10 задача – решение:

$x + y = 12$ - 2 точки

$3.x + 4.y = 43$ - 2 точки

при $x = 1 \Rightarrow y = 11 \Rightarrow 3.1 + 4.11 \neq 43$ - 2 точки

при $x = 2 \Rightarrow y = 10 \Rightarrow 3.2 + 4.10 \neq 43$ - 2 точки

при $x = 3 \Rightarrow y = 9 \Rightarrow 3.3 + 4.9 \neq 43$ - 2 точки

при $x = 4 \Rightarrow y = 8 \Rightarrow 3.4 + 4.8 \neq 43$ - 2 точки

при $x = 5 \Rightarrow y = 7 \Rightarrow 3.5 + 4.7 = 43$ вярно -2 точки

$\Rightarrow$ четириъгълниците са 7. – 1 точка

СМБ – Секция”ИЗТОК”
КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 10. 12. 2011г.
4 клас

Времето за решаване е 120 минути.
Регламент: Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. “Друг отговор“ се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите са разделени на групи по трудност: от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки; от 3 до 6 - с по 5 точки и от 7 до 10 – с по 7 точки. Задача 10 се решава и описва подробно.
Организаторите Ви пожелават успех !

Име…………………….............училище…………….................град/село …………………

Зад. 1: Сборът на най-малкото четирицифрено число, записано с различни цифри и най голямото четно трицифрено число, записано с различни цифри е:

а) 2221; б) 2220; в) 2009; г) друг отговор.

Зад. 2: Ако 4.x= 9005 – 8585, 505 : y = 5, z : 6 = 2000 – 1982, то най-малкото от числата x,y и z е:

а) 105; б) 101; в) 108; г) друг отговор.

Зад.3: Числата 21, 22, 23 ... 31, 32 са написани в три колонки. Във всяка колонка има по четири числа и сборът на числата във всяка колонка е един и същ. На колко е равен този сбор във всяка колонка?

а) 107; б) 105; в) 104; г) друг отговор.

Зад.4: В три чувала на дядо Коледа имало общо 60 подаръка. След като от първия чувал преместили 8 подаръка във втория, а след това от втория в третия – 6 подаръка и накрая от третия в първия – 2 подаръка, оказало се, че във всеки чувал има по равен брой подаръци. По колко подаръка имало първоначално във всеки от чувалите на дядо Коледа?

а) 26, 18, 16; б) 20, 20, 20; в) 15, 17, 28; г) друг отговор.

Зад.5: В един клас има 26 ученика. От тях 16 могат да управляват скейборд, 13 могат да плуват, а 5 могат и двете неща. Колко са учениците от този клас, които не могат нито да управляват скейборд, нито да плуват.

а) 7; б) 12; в) 8; г) друг отговор.

Зад.6: На скамейка трябва да седнат учениците Георги, Ирина, Деница, Петя и Симеон от четвърти клас. По колко начина могат да седнат те така, че да е спазена винаги наредбата:между две момичета да има точно едно момче?

а) 10; б) 11; в) 12; г) друг отговор.

Зад.7: Една мишка родила 8 мишлета, като женските били с 2 повече от мъжките. След 3 месеца всяко женско мишле родило по 8 мишлета. Колко са всички мишки в семейството?

а) 30; б) 49; в) 48; г) друг отговор.

Зад.8: Оградeният двор на едно училище с форма на правоъгълник има обиколка 280 м и дължина 100 м .Вътре е построена площадка с форма на правоъгълник , която е отделена от оградата на двора с ивица, широка 5 м. Да се намери колко метра телена мрежа е необходима за ограждането на площадката?

а) 260; б) 280; в) 200; г) друг отговор.

Зад.9: От една книга изпаднала част, на първата страница на която е написано числото 143, а на последната – число, записано със същите цифри, но в друг ред. Колко листа са паднали от тази книга?

а) 86; б) 85; в) 99; г) друг отговор.

Зад.10: За подаръци за Коледа майката на Ани купила 14 шоколада и 9 шоколадови яйца и платила 33 лв. 15 ст., а майката на Таня – 8 шоколада и 6 шоколадови яйца от същия вид за 20 лв. 10 ст. Намерете цените на 1 шоколад и на 1 шоколадово яйце.

ОТГОВОРИ

Задачи/отговори	а	б	в	г
1			х	
2		х		
3				106
4	х			
5				2
6			х	
7		х		
8				240
9	х			

Решение: 20 лв. 10 ст. = 2010 ст. 33 лв. 15 ст. = 3315 ст. 1т.

По условие майката на Таня купила

8 ш. + 6 ш.я. = 2010 ст. 1т.

Разделяме покупката на 2 и получаваме

4 ш. + 3 ш.я. = 1005 ст. 3т.

Умножаваме покупката по 3 и получаваме

12 ш. + 9 ш.я. = 3015 ст. 3т.

По условие майката на Ани купила

14 ш. + 9 ш. я. = 3315 ст. 1т.

Тогава цената на 1 шоколад е:

(3315 – 3015): 2 =

300 : 2 = 150 ст. = 1 лв. 50 ст. 3т.

Цената на 1 шоколадово яйце е:

(1005 – 4 . 150) : 3 = (1005 – 600) : 3 = 405 : 3 = 135 ст. = 1 лв. 35 ст. 3т.

Секция “Изток” – СМБ
КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 10.12.2011 г.
5 клас

Времето за решаване е 120 минути.
Регламент: Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. “Друг отговор ” се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.
Организаторите Ви пожелават успех?

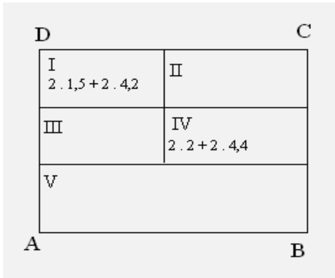
Име...училище..град...................................

1 зад. Стойността на израза 1,111.100 - 1,1:0,01 е равна на:
а)1,1 б)100 в)100,1 г) друг отговор

2 зад. Едното събираемо е съставено от четните едноцифрени числа, като се започне от най-голямото и се свърши с най-малкото и след втората цифра има десетична запетая. Другото събираемо е съставено от нечетните едноцифрени числа и е образувано по същото правило. Сборът на цифрите на стотиците и хилядните в полученият сбор е:
а) 13; б) 4; в) 2; г) друг отговор

3 зад. Ако към едно число се прибави 1,02 и полученият сбор се намали 0,3 пъти ще се получи 5. Първоначалното числе е:
а) 1,48; б) 1,2; в) 3,68; г) друг отговор:

4 зад. Правоъгълник е разделен на 5 правоъгълника с три отсечки, както е показано на чертежа. За правоъгълниците I и IV се дадени изрази за обиколките им, а на петият правоъгълник широчината е с 0,5 см по-малка от сбора на широчините на правоъгълници I и III. Лицето на правоъгълник ABCD е:
а) 36,8 кв.см; б) 47,3 кв.см; в) 55,9 кв.см; г) друг отговор



5 зад. Изразът (0,6 + 0,2.(10 – 2,4 : (0,7 + 1,68 : 1,4 – 1,5))) – 0,8 е равен на:

а) 0,4; б) 0,6; в) 0,8; г) друг отговор

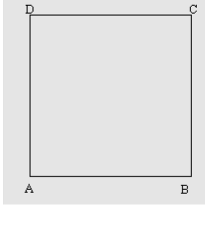
6 зад. Половин торта струва с 5 лв. и 50 ст. повече от четвърт торта . Колко струват две торти и половина?
а) 11 б) 44 в) 22 г) друг отговор

7 зад. На мястото на звездичките поставете цифри. Сборът от цифрите на десетиците и стотиците на частното при делението е:
а) 7; б) 3; в) 5; г) друг отговор.

```
- *1259* : 33 = 3***
  **
 - *3*
   ***
   - 3*
     **
    - 6*
      66
       0
```

8 зад. Моят баща е три пъти по-възрастен от мен, а преди пет години беше четири пъти по-възрастен от мен.Баща ми преди 5 години е бил на:
а)30 б)35 в)45 г)друг отговор

9 зад. Две деца обикалят около квадратна градинка със страна 30м. Едното тръгва от точка А по посока на точка В със скорост 5м./сек.,а другото от точка С по посока на точка D със скорост 3м./сек.Колко пъти първото дете ще изпревари второто в продължение на 10 минути?
а)10 б)9 в)12 г) друг отговор:



10 зад. Със седем квадрата може да съставим буква П, с 11 квадрата може да съставим две букви П(с една обща страна, като втората е обърната). Изпишете последователно буквата П по този начин като подредите 2011 квадрата. Намерете лицето и обиколката на получената фигура, ако страната на един квадрат е 3 см.

5 клас

Отговори: 1-а); 2-в); 3-г) 0,48; 4-в); 5-б); 6- г) 55 лв. 7-в); 8- г) 40 г. 9- а);

Решения:

1 зад. 111,1 – 110 = 1,1 Отг.а) 1,1

2 зад. 86,42 + 97,531 = 183,951 1 + 1 = 2 Отг. в) 2

3 зад. x + 1,02 = 5 . 0,3 x = 1,5 – 1,02 Отг.г) 0,48

4 зад. От формулите за P страните правоъгълника са 6,5 см и 8,6 см S = 6,5.8,6 = 55,9 см^2 Отг. в)

5 зад. (0,6 + 0,2.(10 – 2,4 : (0,7 + 1,68 : 1,4 – 1,5))) – 0,8 = 0,6 Отг.б) 0,6

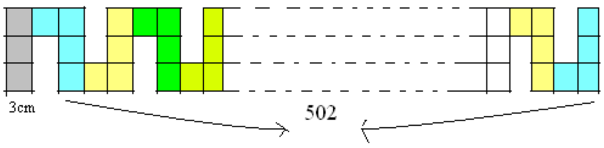
6 зад. Четвърт торта струва 5,50. Една торта струва 22 лв. Отг. г) 55 лв.

7 зад. Делимото е 112596, а частното 3412. Отг. в) 5

8 зад. Бащата сега на $3x$ години, а детето на x години. Преди 5 години бащата на $3x - 5$ год., а детето на $x - 5$ год. $\Rightarrow$ $4(x - 5) = 3x - 5$ Детето е на 15 год, а бащата сега е на 45 год., а преди 5 години е бил на 40 год. Отг. г) 40

9 зад. Първо дете за 600 сек. 600 . 5 = 3000 метра. Една обиколка 4 . 30 = 120 м. Първото дете прави 3000 : 120 = 25 обиколки. Второто дете за 600 сек. 600 . 3 = 1800 м. Второто дете прави 1800:120 = 15 обиколки. Разликата е 10 обиколки. Отг.а) 10

10 зад. 1) За подреждане на квадратите $\Rightarrow$ 2 точки



2) За намиране на лицета на един квадрат и на цялата фигурата 3 . 3 = 9 кв.см. и 2011 . 9 = 18099 кв.см. 1 + 2 общо $\Rightarrow$ 3 точки

3) За съобразяване, че буквата **П** и **Г** са един и същ брой, и че трябва да се извадят първите (или последни) 3 квадрата 3 точки

4) За намиране броя на буквите **Г** (**П**) съставена от 4 квадрата (2011 – 3) : 4 = 502 бр. $\Rightarrow$ 3 т.

5) За намиране на обиколката на една буква Г (без допиращите страни на квадратите) 8 см. $\Rightarrow$ 2 т.

6) За намиране обиколката на цялата фигура 8 . 502 + 7 + 1 = 4024 страни на квадрати (502 букви **Г** допиращи се, като последната не се дипира и има още една страна, а обиколката на първите 3 квадрата е 7 см.) 4024 . 3 = 12072 см. $\Rightarrow$ 2 т

СМБ – Секция"ИЗТОК"

КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 10. 12. 2011 г.

6 клас

Времето за решаване е 120 минути.

Регламент: Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. "Друг отговор " се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.

Организаторите Ви пожелават успех?

Име…………………………………………………….училище……...............………град…………...

Зад. 1. Стойността на израза $1^{12} - 12^{9-2^3}.7+9$ е:

а) 9 б) -68 в) -74 г) друг отговор

Зад. 2. Върху числовата ос с точки ***P*** и ***M*** са изобразени съответно числата $-\frac{3}{4}$ и $-0{,}5$.

Отсечката ***PM*** е разделена на три равни части от точките ***A*** и ***B*** отляво на дясно.
Кое число е изобразено **с** точката ***B.***

а) $-0{,}25$ б) $-\frac{7}{12}$ в) $-\frac{5}{6}$ г) друг отговор

Зад. 3. Стойността на израза $-3{,}4-0{,}6.\left|-5-3.2\right|-5.3{,}4$ е:

а) –-27 б) –9,4 в) –11,6 г) друг отговор

Зад. 4. Сборът на числителя и знаменателя на една дроб е равен на 1012. След съкращаване на дробта се получава $\frac{5}{17}$. Кой е бил числителя на първоначалната дроб?

а) 110 б) 45 в) 85 г)друг отговор

Зад. 5. Даден е трапец $ABCD$ и точка M от AB, такава че $AMCD$ е успоредник с лице 15 кв. см.
Ако АМ е 3 см и е 25 % от АВ, то лицето на трапеца АВСД е:

а) 37,5 кв. см б) 60 кв. см в) 75 кв. см г) друг отговор

Зад. 6. Точките получени на ВМС от Ния са 64% от точките на Ани получени на същото състезание. Колко процента са точките на Ани от точките на Ния?

а) 36% б) 156,25% в) 277% г) друг отговор

Зад. 7. Измежду трицифрените числата ***32в***; ***в32*** и ***3в2*** няма равни и точно едно се дели на 4.
Коя е цифрата ***в***?

а) 2 б) 4 в) 5 г) друг отговор

Зад. 8. Ако от смесеното число $a\frac{в}{c}$ се извади дробната и част, то ще се получи число, което е 64% от смесеното число. Дробната част на числото е:

а) $\frac{9}{25}$ б) $\frac{16}{25}$ в) $\frac{5}{8}$ г) друг отговор

Зад. 9. Ако $A = \frac{6^5.2^{13} - 4^9.81}{-9^2.16^5}$ и $B = \frac{2^{2010} + 2^{2011} + 2^{2012}}{9.\,2^{2010} - 4.2^{2009}}$, то $A+B$ е:

а) 0,5 б) 1,5 в) $-60{,}5$ г) друг отговор

Зад. 10. В 10 часа от А и В тръгват един срещу друг пешеходец и велосипедист. След 1 час пешеходецът е по средата между велосипедиста и А, а след още 1 час и двамата са на равни разстояния от А.

а) Колко пъти велосипедистът е по-бърз от пешеходеца?

б) В колко часа велосипедиста е преминал през т. А?

в) В колко часа са се срещнали?

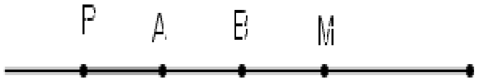
ОТГОВОРИ: **КМС : 10.12.2011** **6 клас**

Зад.1. в); Зад. 2. б); Зад. 3.а; Зад. 4. г) 230; Зад. 5. а) ; Зад. 6. б) ; Зад. 7. г) 6; Зад. 8. г) $\frac{9}{16}$; Зад. 9. а)

Зад. 10. а) 4 пъти; б) 11ч 30 мин в) 11 ч 12 мин.

Кратки решения: Зад.1. $1^{12} - 12^{9-2^3}.7 + 9 = 1 - 12^{9-8}.7 + 9 = 1 - 12.7 + 9 = 10 - 84 = -74$

Зад. 2. $|PM| = \left| -\frac{3}{4} - \left(-\frac{1}{2}\right) \right| = \frac{1}{4}$; $|BM| = \frac{1}{3}|PM| = \frac{1}{3}.\frac{1}{4} = \frac{1}{12}$.

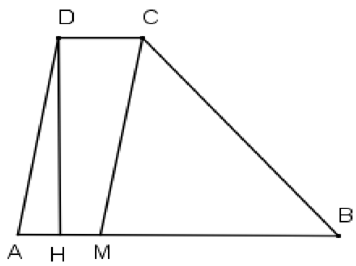


Следователно т.B изобразява числото $-\frac{1}{2} - \frac{1}{12} = -\frac{7}{12}$

Зад. 3. –3,4–0,6.11–17=–27

Зад. 4. Нека $\frac{a}{в}$ е първоначалната дроб и k е допълнителния множител,

тогава $5k + 17k = 1012 \Rightarrow k = 46 \Rightarrow a = 5.46 = 230$



Зад. 5. $S_{AMCD} = AM.DH$, където DH е височина на успоредника $AMCD$ и трапеца $ABCD$.

$15 = 3.DH \Rightarrow DH = 5cm$. $25\%.AB = 3cm \Rightarrow AB = 12cm$.

$$S_{ABCD} = \frac{AB + CD}{2}.DH = \frac{12 + 3}{2}.5 = 37,5cm^2$$

Зад. 6. Нека x е броя на точките на Ния, а y е броя на точките на Ани.

От условието $\Rightarrow x = \frac{64}{100}y$, тогава $p\%\ от\ x = y$. Следователно $\frac{p}{100}.\frac{64}{100}.y = y \Rightarrow p = \frac{10000}{64} = 156,25$

Зад.7. Тъй като само едно от числата се дели на 4, трябва само второто ***в32*** да се дели на 4.
Чрез проверка, само за ***в= 6*** , са изпълнение условията на задачата.

Зад. 8. От $x = a\frac{в}{c} = a + \frac{в}{c}$ и $\frac{в}{c} = 36\%\ x \Rightarrow a = 64\%.x.$, но $\frac{в}{c} < 1$ и $64\%.x < 2.36\%.x \Rightarrow a = 1$.

От условието $a\frac{в}{c} - \frac{в}{c} = a = 1$. Тогава 64% от x = 1 $\Rightarrow \frac{64}{100}.x = 1 \Rightarrow x = \frac{100}{64} = \frac{25}{16} = 1\frac{9}{16}$.

Следователно дробната част е $\frac{9}{16}$.

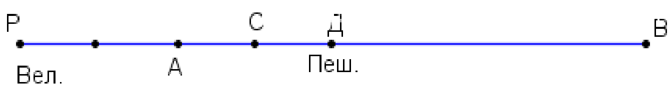
Зад. 9. $A = \frac{2^{13}.6^5 - 4^9.81}{-9^2.16^5} = \frac{2^{13}.2^5.3^5 - 2^{18}.3^4}{-3^4.2^{20}} = \frac{2^{18}.3^4(3-1)}{2^{18}.3^4.(-2^2)} = \frac{2}{-4} = -0,5$

$B = \frac{2^{2010} + 2^{2011} + 2^{2012}}{9.2^{2010} - 4.2^{2009}} = \frac{2^{2009}(2 + 2^2 + 2^3)}{2^{2009}.(9.2 - 4)} = \frac{14}{14} = 1$, Следователно $A + B = -0,5 + 1 = 0,5$

Зад. 10. Решение.

а) След 1 час от тръгването схематично ситуацията е: *(3 точки)*

След още един час е, като пешеходеца е изминал разстоянието СД , а велосипедиста ДР.



От схемата става ясно, че за 1 час велосипедиста изминава 4 пъти по-дълъг път, откъдето намираме , велосипедиста е 4 пъти по-бърз. *(5 точки)*

б) За 1 ч велосипедиста изминава 4 части, следователно 1 част ще измине за 15 мин (60:4=15), две части за 30 минути. Велосипедиста е бил в т. Д в 11 часа, следователно в т. А ще бъде в 11ч 30 мин. *(3 точки)*

в) За един час пешаходеца изминава 1 част, а велосипедиста 4 части, следователно велосипедиста и пешаходеца заедно изминават 5 части.

Частта СД до срещата двамата ще изминат за 12 минути (60:5=12 мин).

Следователно срещата е в т. Е - 11 ч 12 мин. *(4точки)*

СМБ – Секция "Изток"

КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 10.12.2011

7 клас

Времето за решаване е 120 минути.
Регламент : Всяка задача от 1 до 20 има само един правилен отговор от четири възможни (отбелязани с а), б), в), г)) . За задачи 21,22 и 23 трябва да бъдат записани само отговорите, а задачи 24 и 25 трябва да бъдат подробно решени. Задачите от 1 до 5 се оценяват с по 1 точка; задачи от 6 до 15 – с по 2 точки; задачи от 16 до 20 – с по три точки; задачи 21, 22 и 23 – с по 5 точки; задачи 24 и 25 – с по 10 точки. Неправилни решения и задачи без отговор се оценяват с 0 точки.
Организаторите Ви пожелават успех !

Име…………………………………………………..училище………………..град…………...

1.Числената стойност на израза $\left|-3-\left|-5\right|\right|-2^3$ е:

а) 10 б) 0 в) - 16 г) 16

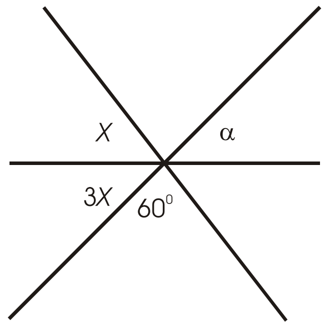
2.Успоредник има страни 6 см и 8 см и височина 7 см. Лицето на успоредника е равно на:

а) 36 кв.см. б) 42 кв.см. в) 56 кв.см. г) 72 кв.см.

3.Да се приведе в нормален вид израза: $(x+y)x-(x^2y+xy^2):(-x)-2xy$

а) x^2-y^2 б) $(x+y)^2$ в) $(x-y)^2$ г) x^2+y^2

4.На чертежа ъгъл α е равен на:



а) 30° б) 60° в) 90° г) 120°

5.Ако при $x=1$ стойността на израза $\frac{3a-2}{3}-4x$ е 5, да се определи стойността му при x=5.

а) -11 б) 7 в) 13 г) 27

6.Намерете решенията на уравнението $x^{10}=\frac{(2^5)^3.27^5}{96.81^6}$.

а) $\frac{2}{3}$ б) 1 в) $-\frac{2}{3}$ г) $\frac{2}{3}$ и $-\frac{2}{3}$

7. При коя стойност на k нормалният многочлен, тъждествен на израза $(x^2+x-1)(x-k)$ не съдържа x^2?

а) 0 б) 2 в) 1 г) - 1

8.Ако в ΔABC $\angle A=2x, \angle B=3x-20°$ и $\angle C=x+50°$, най-големият ъгъл е равен на:

а) 75° б) 80° в) 85° г) 90°

9.Числото $3^{2008}+3^{2009}+3^{2010}+3^{2011}$ **НЕ СЕ ДЕЛИ** на:

а) 90 б) 10 в) 9 г) 70

10.Ако $x>2$, опростете израза $|2-x|-|x-1|$.

а) 1 б) 2 в) 0 г) - 1

11.Ъглополовящата на ъгъл при основата на равнобедрен триъгълник е равна на основата. Да се намери ъгълът срещу основата на триъгълника.

а) 24° б) 36° в) 54° г) 72°

12.Стойността на израза $\dfrac{3{,}14^3-2{,}14^3}{3{,}14^2+3{,}14.2{,}14+2{,}14^2}$ е:

а) 3.14 б) 2.14 в) 1 г) 2

13.Произведението $(x^2-2x-3)(1-x)$ е равно на:

а) x^3-3x^2+x-3 б) $-x^3+3x^2+x-3$ в) $-x^3-3x^2+x+3$ г) $-x^3-3x^2+x-3$

14. Дължината на страните на правоъгълник са цели числа, а лицето му е 20 кв.см. Каква е най-голямата възможна стойност на обиколката на правоъгълника?

а) 24 б) 42 в) 18 г) 32

15. В тъждеството $54a^2b^3-X=Y(9b^2-5a^2)$ X и Y са неизвестни едночлени. X е равен на:

а) $30a^4b$ б) $15a^2b^2$ в) $12a^4b^4$ г) $30a^2b$

16. Даден е ъгъл, равен на $120°$. През вътрешна точка на ъгъла са построени две прави: едната е перпендикулярна на едното рамо на ъгъла, а втората е успоредна на другото рамо. Да се намери по-малкият от ъглите, образувани при пресичането на двете прави.

а) $20°$ б) $30°$ в) $50°$ г) $60°$

17.Корените на уравнението $(x^2-1)^2-(x-1)^2=0$ са:

а) –1 и 1 б) –1 и 0 в) –2, 0 и 1 г) –1, 0 и 1

18.Два от ъглите на триъгълника $65°$ и $87°$. Намерете ъгъла между ъглополовящата и височината, построени през третия връх.

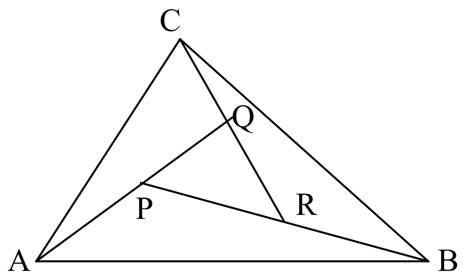
а) $8°$ б) $10°$ в) $11°$ г) $15°$

19.Има ли при разлагането на многочлена a^3+a-10 множител $a-2$?

а) не б) да – на I степен в) да – на II степен г) не може да се определи

20.Лицето на триъгълника PQR е 7 кв.см, като P е среда на AQ, Q е среда на CR и R е среда на BP. Намерете лицето на триъгълника ABC.

а) 35 кв.см б) 49 кв.см в) 42 кв.см г) 56 кв.см



21.Да се разложи на множители многочлена $(a+3b)^2-9(b-c)^2$.

22.Дължината на правоъгълник е 3 пъти по-голяма от ширината му. Ако се намалят страните с по 5см, лицето на новият правоъгълник ще бъде със 175 кв.см по-малко от лицето на първоначалния. Намерете периметъра на първоначалния правоъгълник.

23.Нека x, y и z са такива числа, че $x:y:(z+1)=\dfrac{1}{2}:\dfrac{1}{3}:\dfrac{1}{6}$ и $x+y=z$. Намерете числата.

24.Да се докаже, ако m и n са рационални числа с еднакви знаци, то числото $C=(m^3+m^2n-mn^2-n^3)^2-(m^3-m^2n-mn^2+n^3)^2$ е неотрицателно.

25.Страните на триъгълник се отнасят както 3:5:6 и най-малката страна е по-малка от средната с 6см. Намерете страните на триъгълника и отношението на височините му.

СМБ – Секция"ИЗТОК"

КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 10.12.2011

8 клас

Времето за решаване е 120 минути.

Регламент: Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. "Друг отговор " се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.

Организаторите Ви пожелават успех?

Име……………………………………………………….училище……...............………град…………...

Зад. 1. След опростяване на израза $2\sqrt{3}\left(\sqrt{48}-5\sqrt{3}+\frac{3}{4}\sqrt{108}\right)$ се получава:

а) 21 б) 33 в) 171 г) друг отговор

Зад. 2. Абсолютната стойност на разликата на корените на уравнението $4x^2 - 24x + 35 = 0$ е:

а) $\frac{1}{4}$ б) $\frac{1}{2}$ в) 1 г) друг отговор

Зад. 3. Страните на триъгълник имат дължини 6 см, 8 см и 10 см. Дължините на колко от средните му отсечки са решения на неравенството: $(x-1)^2 + 3x - x^2 - 4 > 0$

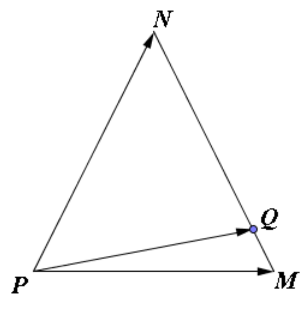
а) нито една б) две в) три г) друг отговор

Зад. 4. Успоредник $ABCD$ има обиколка 82 см, а DL и CM са ъглополовящи съответно на $\angle ADC$ и $\angle BCD$ (DL и CM се пресичат вътре в успоредника). Ако $LB = 7$ см, то ML е равна на:

а) 7 см б) 10 см в) 21 см г) друг отговор

Зад. 5. За футболно първенство са проведени общо 120 мача, като всеки отбор играе по един мач с всеки от останалите. Колко отбора са участвали в първенството?

а) 14 б) 15 в) 20 г) друг отговор



Зад. 6. На чертежа MQ : QN = 1 : 5, $\overrightarrow{PM} = \vec{m}$ и $\overrightarrow{PN} = \vec{n}$. Вектор $\overrightarrow{PQ}$ е равен на:

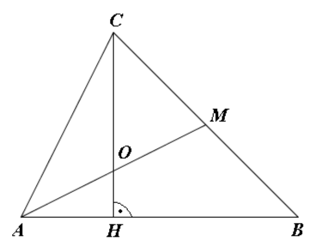
а) $\frac{1}{5}\left(\vec{m}+\vec{n}\right)$ б) $\frac{1}{6}\left(\vec{m}+5\vec{n}\right)$ в) $\frac{1}{6}\left(5\vec{m}+\vec{n}\right)$ г) друг отговор

Зад. 7. Кое е най-малкото цяло число, по-голямо от $\sqrt{3-2\sqrt{2}} - \sqrt{12+8\sqrt{2}}$?

а) – 4 б) – 5 в) – 6 г) друг отговор

Зад. 8. Произведението от корените на уравнението $(2x+1)^2 - 3\left(x-\sqrt{2}\right)\left(x+\sqrt{2}\right) = 4$ е:

а) – 4 б) – 3 в) 4 г) друг отговор



Зад. 9. На чертежа височината CH на ΔABC минава през средата O на медианата AM. Ако лицето на ΔABC е 36 см^2, то лицето на ΔAOH е равно на:

а) 3 см^2 б) 6 см^2 в) 9 см^2 г) друг отговор

Зад. 10. Дадено е уравнението $(2k-5)x^2 - 2(k-1)x + 3 = 0$.

а) Да се определи за кои стойности на параметъра k уравнението има един корен;

б) Да се реши уравнението за $k = p + q + \frac{2}{\sqrt{2}}$, ако $p = \frac{5}{\sqrt{75}+\sqrt{50}}$, а

$$q = \sqrt{\left(2\sqrt{3}+3\right)\left(2\sqrt{3}-3\right)} - \sqrt{\left(1-\sqrt{3}\right)^2} - \frac{2}{\sqrt{3}-1}$$

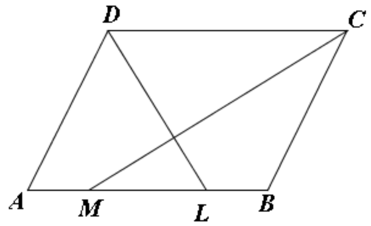
ОТГОВОРИ: 8 клас

Зад.1. а); Зад.2. в); Зад.3. б); Зад.4. б); Зад.5. г) 16; Зад.6. в); Зад.7. а); Зад.8. г) 3; Зад.9. а);

Зад. 1. $2\sqrt{3}\left(\sqrt{48}-5\sqrt{3}+\frac{3}{4}\sqrt{108}\right)=2\sqrt{3}\left(4\sqrt{3}-5\sqrt{3}+\frac{3}{4}.6\sqrt{3}\right)=2.\sqrt{3}.(3{,}5.\sqrt{3})=7.3=21$

Зад. 2. $4x^2-24x+35=0,\ x_1=\frac{7}{2},\ x_2=\frac{5}{2}\Rightarrow|x_1-x_2|=\left|\frac{7}{2}-\frac{5}{2}\right|=1$

Зад. 3. Дължини на средните отсечки са съответно 3 см, 4 см и 5 см. Решенията на неравенството $(x-1)^2+3x-x^2-4>0$ са $x>3$ следователно две от средните отсечки са решение на неравенството.



Зад. 4. ΔMBC равнобедрен следователно $BM=BC=a\Rightarrow ML=a-7$

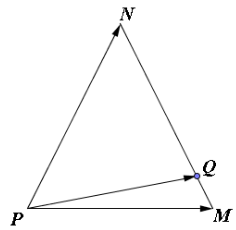
ΔALD равнобедрен следователно $AL=AD=a\Rightarrow b=a+7\Rightarrow a=17$

$\Rightarrow ML=10$

Зад. 5. Ако броят на отборите е x броя на изиграните мачове е $\frac{x(x-1)}{2}=120$, $x_1=16$ или $x_2=-15$

Броят на отборите е 16.

Зад. 6.



$$\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{PM}+\overrightarrow{MQ}=\overrightarrow{PM}+\frac{1}{6}\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{PM}+\frac{1}{6}\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{PM}+\frac{1}{6}(\overrightarrow{MP}+\overrightarrow{PN})=$$

$$=\overrightarrow{PM}-\frac{1}{6}\overrightarrow{PM}+\frac{1}{6}\overrightarrow{PN}=\frac{1}{6}\left(5\overrightarrow{PM}+\overrightarrow{PN}\right)=\frac{1}{6}\left(5\vec{m}+\vec{n}\right)$$

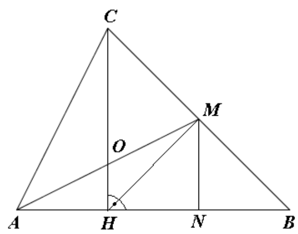
Зад. 7.

$$\sqrt{3-2\sqrt{2}}-\sqrt{12+8\sqrt{2}}=\sqrt{(1-\sqrt{2})^2}-2\sqrt{(1+\sqrt{2})^2}=\left|1-\sqrt{2}\right|-2.(1+\sqrt{2})=\sqrt{2}-1-2-2\sqrt{2}=-3-\sqrt{2}<-4$$

Зад. 8.

$$(2x+1)^2-3\left(x-\sqrt{2}\right)\left(x+\sqrt{2}\right)=4$$
$$4x^2+4x+1-3x^2+6=4$$
$$x^2+4x+3=0$$
$$x_1=-1;x_2=-3;x_1.x_2=3;$$

Зад. 9. $S_{\Delta AOH}=\frac{AH.OH}{2}$



Ако $MN\perp AB\Rightarrow MN$ е средна отсечка в $\Delta BHC\Rightarrow MN=\frac{1}{2}CH$

OH средна отсечка в $\Delta ANM\Rightarrow OH=\frac{1}{2}MN=\frac{1}{4}CH$ и H е среда на AN.

HM – медиана към хипотенузата на правоъгълен триъгълник $\Delta BHC\Rightarrow$

ΔBHM – *равнобедрен* $\Rightarrow N$ е среда на HB, следователно $AH=\frac{1}{3}AB$

$$S_{\Delta AOH}=\frac{AH.OH}{2}=\frac{\frac{1}{3}AB.\frac{1}{4}AH}{2}=\frac{1}{12}S_{\Delta ABC}=\frac{1}{12}.36=3см^2$$

Зад. 10. а) За $к=2{,}5$ уравнението е линейно и има един корен *2 точка*

За $к=4$ D = 0 и уравнението има един двоен корен *3 точки* б) За намиране на $p=\frac{5}{\sqrt{75}+\sqrt{50}}=\frac{5}{5\sqrt{3}+5\sqrt{2}}=\sqrt{3}-\sqrt{2}$ *2 точки*

За намиране на $q=\sqrt{3}-\left|1-\sqrt{3}\right|-\frac{2\left(\sqrt{3}+1\right)}{2}=\sqrt{3}-\sqrt{3}+1-\sqrt{3}-1=-\sqrt{3}$ *3 точки*

За намиране на за $k=\sqrt{3}-\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{2}=0$ *1 точка*

За получаване на квадратното уравнение и намиране на решенията му

$-5x^2+2x+3=0$

$x_1=1, x_2=-\frac{3}{5}$ *4 точки*

<u>Секция "Изток" – СМБ</u>

КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 10.12.2011 г.

9 клас

Времето за решаване е 120 минути.

<u>Регламент:</u> Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. „Друг отговор" се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, от 4 до 6 с по 5 точки и от 7 до 9 с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.

<u>Организаторите желаят успех!</u>

Име...училище...град......................

1. Сборът от корените на уравнението $(3x-1)(x+3)-(2x-1)^2=16$ е:
   а) 12 ; б) -12 ; в) 2 ; г) друг отговор .
2. Най-малкият корен на уравнението $|x-3|-3(x+2)=3$ е:
   а) – 1,5; б) – 6; в) 0 ; г) друг отговор .
3. При откриване на учебната година 5 приятелки носят букети от общо 35 цветя. Ани и Боби носят общо 12 цветя, Ваня и Галя – общо 12 цветя, Боби и Ваня – общо 14 цветя, Галя и Дани – общо 16 цветя. Ани и Дани носят общо:
   а) 12 цветя; б) 14 цветя; в) 16 цветя; г) друг отговор .
4. Страната BC на ΔABC е разделена на 4 равни части и от всяка от точките на делене е построена отсечка, успоредна на AB, вторият край на която лежи на AC. Ако AB=9 cm, то сумата от дължините на тези 3 отсечки е:
   а) 13,5 cm; б) 18 cm; в) 22,5 cm; г) друг отговор .
5. Уравнението $k^2x+kx^2=0$ има единствен корен при:
   а) k=0; б) $k\in\phi$; в) всяко k ; г) друг отговор
6. Върху хипотенузата AB на правоъгълния триъгълник ABC е построен квадрат със страна AB и пресечна точка на диагоналите –точка O, като двете фигури са от различни страни на хипотенузата. Мярката на $\sphericalangle OCA$ е:
   а) 30°; б) 40° ; в) 45°; г) друг отговор .
7. За кои стойности на k единият от корените на уравнението $x^2-6x+k^3=0$ е равен на квадрата на другия.
   а) k= – 3 ; б) k= – 2; в) k= 6; г) друг отговор
8. Даден е изпъкнал четириъгълник ABCD. Вписаните в ΔABC и ΔACD окръжности имат обща допирна точка с отсечката AC. Ако AB=6 cm, BC=3 cm и AD=7 cm, то дължината на CD е:
   а) 2 cm; б) 4 cm; в) 10cm; г) друг отговор .
9. Сумата на всички цели стойности на n, за които числото $\dfrac{3n+4}{n+1}$ е цяло е:
   а) -1; б) 0 ; в) – 2 ; г) друг отговор .
10. Върху страната AD на квадрата ABCD е взета точка M, различна от точките D и A. През M е прекарана права, която пресича диагонала BD и правата AB съответно в точките Q и P. Известно е, че MQ=CQ . Да се докаже, че точка Q е център на описаната около четириъгълника APCM окръжност и да се намери мярката на $\sphericalangle MPC$

Отговори 9 клас:
1.а); 2.а); 3.в); 4.а); 5. б); 6.в); 7.г) k=−3 или k=2; 8.б); 9.в).

Задача 10. Решение: Тъй като Q лежи на диаганала BD, то AQ=CQ и AQ=MQ , т.е. ΔAQM е равнобедрен. Означаваме $\angle QAM=\angle QMA=\alpha$. Тогава $\angle BAQ=90^{O}-\angle QAM=90^{O}-\alpha$, а от провоъгълния ΔPAM следва, че $\angle APM=90^{O}-\angle PAM=90^{O}-\alpha$. Тогава ΔPQA е равнобедрен и AQ=PQ.

От PQ=AQ=MQ=CQ следва, че точките P, A, M и C лежат на една окръжност и вписаните ъгли MPC и MAC са равни, т.е. $\angle MPC=\angle DAC=45^{O}$

Секция "Изток" – СМБ
КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 10.12.2011 г.
10 клас

Времето за решаване е 120 минути.
Регламент: Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. "Друг отговор " се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.
Организаторите Ви пожелават успех?

Име...училище..град....................................

Зад 1. Стойността на израза $\sqrt{2}-3+\sqrt{\left(1-\sqrt{2}\right)^2}$ е:

а) - 2; б) $2\sqrt{2}-4$; в) 2; г) друг отговор

Зад 2. Сборът от различните реални корени на уравнението $x^4-5x^2-6=0$ е:

а) 5; б) - 5; в) $2\sqrt{6}$; г) друг отговор.

Зад 3. Решенията на неравенството $-x^2+5x+6\geq 0$ са:

а) интервал с дължина 7; б) интервал с дължина 5;
в) обединение на два безкрайни интервала; г) друг отговор.

Зад 4. Броят на различните корени на уравнението $\left(x^2-2x\right)^2-\left(x^2-2x\right)-2=0$ е:

а) 1; б) 2; в) 3; г) друг отговор

Зад 5. В една и съща координатна система са построени графиките на функциите $f(x)=x^2-2x+2$ и $g(x)=x^2-10x+29$. Разстоянието между върховете им е :

а) 3 *м.ед.*; б) 4 *м.ед.*; в) 5 *м.ед.*; г) друг отговор

Зад 6. Стойностите на параметъра k, за които графиката на $f(x)=x^2-4x+k^2-3k$ се допира до абсцисната ос са:

а) - 1; б) 0; в) 4; г) друг отговор

Зад 7. Даден е квадрат $ABCD$ със страна a. Точките M и N са съответно от страните BC и DC така, че $BM=CN=\dfrac{a}{3}$. Лицето на $\Delta\, AMN$ е:

а) $\dfrac{a^2}{2}$; б) $\dfrac{7a^2}{18}$; в) $\dfrac{2a^2}{3}$; г) друг отговор

Зад 8. Даден е правоъгълен ΔABC с лице 45 см^2. Височината към хипотенузата я дели в отношение 1:4. Дължината на по-големият катет е ;

а) $6\sqrt{5}$ *см.*; б) $3\sqrt{5}$ *см.*; в) $\sqrt{5}$ *см.*; г) друг отговор

Зад 9. Броят на целите стойности на параметъра m, за които корените на уравнението $x^2+mx+2012=0$ са само цели числа е:

а) 3; б) 6; в) безброй много; г) друг отговор

Зад 10. Дадени са функциите $f(x)=x^2-4x+6$ и $g(x)=\sqrt{x(4-x)}$

а) Намерете най-малката и най-голямата стойност на $f(x)$ и $g(x)$ в общата им дефиниционна област

б) Решете уравнението $x^2-4x+6=\sqrt{x(4-x)}$

Отговори: 1 Б; 2 Г - 0; 3 А; 4 В; 5 В; 6 Г 4, - 1; 7 Б; 8 А; 9 Б

Зад 10. а) общата ДО е $x \in [0,4]$ *2 точки*

определяне, че най-малката стойност на f се достига при $x = 2$ *1 точка*

определяне, че най-голямата стойност на f се достига при $x = 0$ *и* $x = 4$ *1 точка*

пресмятане на $f_{\min} = f(2) = 2$ и $f_{\max} = f(0) = f(4) = 6$ *2 точки*

определяне, че най-голямата стойност на g се достига при $x = 2$ *1 точка*

определяне, че най-малката стойност на g се достига при $x = 0$ и $x = 4$ *1 точка*

пресмятане на $g_{\max} = g(2) = 2$ и $g_{\min} = g(0) = g(4) = 0$ *2 точки*

б) **I начин**

Най-голямата стойност на g и най-малката стойност на f са равни и се достигат едновременно при $x = 2$, следователно единствения корен е $x = 2$. *5 точки*.

II начин

Полагаме $t = \sqrt{x(4-x)}$ или $t = 4x - x^2$ *1 точка*

Получаване на съответното уравнение $t^2 + t - 6 = 0$ или $\sqrt{t} = 6 - t$ *1 точка*

Получаване на съответните стойности на t и отхвърляне на излишните. *2 точки*

Получаване на единствения корен е $x = 2$. *1 точка*

Задачата може да се реши и след повдигане на втора степен и получаване на уравнение от четвърта степен, което може да се отдели точен квадрат $(x-2)^2$ и квадратен тричлен с отрицателна дискриминанта.

Стефчо Наков
Монтана

Секция “Изток” – СМБ
КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 10.12.2011 г.
11 клас

Времето за решаване е 120 минути.
Регламент: Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. “Друг отговор ” се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.
Организаторите Ви пожелават успех?

Име .... училище .... град ....

1 зад. От цифрите 0, 1, 2, и 3 са образувани всички трицифрени числа. Техният брой е:

А) 64; **Б) 48;** **В) 24;** **Г)** друг отговор ______________________

2 зад. Най-малкото цяло число, което е решение на неравенството $x^2 - 2x \le 2011$ е:

А) -43; **Б)** -44; **В)** -45; **Г)** друг отговор ______________________

3 зад. Намерете десетия член на аритметичната прогресия: $a_1, a_2, 8, a_4, a_5, 14, ..$

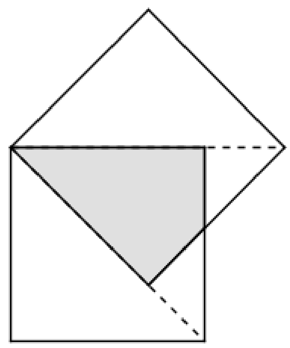
А) 16; **Б) 19;** **В) 22;** **Г)** друг отговор ______________________

4 зад. Ако $4^x = 8$ и $8^y = 256$, то xy е равно на:

А) 64; **Б) 34;** **В) 30;** **Г)** друг отговор ______________________

5 зад. Каква е вероятността при хвърляне на 2 разноцветни зара да се падне сбор, който се дели на 5?

А) $\frac{7}{29}$; **Б)** $\frac{5}{36}$; **В)** $\frac{4}{36}$; **Г)** друг отговор______________________



6 зад. Стойността на цялото число a, за която $\lg 2011 \in (a; a+1)$ е:

А) 0; **Б) 3;** **В) 200;** **Г)** друг отговор ______________________

7 зад. Двата квадрата на чертежа са със страна 1см и общ връх. Едната страна на единия квадрат лежи на диагонала на другия. Намерете лицето на общата им част.

А) $\sqrt{2} - 1$; **Б)** $\sqrt{3} - \sqrt{2}$; **В)** $\sqrt{3} - 1$; **Г)** друг отговор ______________________

8 зад. В турнир по тенис участват 10 мъже и 8 жени. Кой от изразите задава броят на възможните 5 смесени двойки?

А) $C_{10}^5 . C_8^5 . 5!$; **Б)** $C_{10}^5 . V_8^5$; **В)** C_{80}^5; **Г)** $5! . C_{80}^5$

9 зад. Три различни числа, чиято сума е 39, са последователни членове на геометрична прогресия. Ако те са съответно втори, четвърти и десети член на аритметична прогресия, намерете разликата.

А) -2; **Б) 1;** **В) 0;** **Г)** друг отговор ______________________

10 зад. Да се реши уравнението: $\sqrt{(x^2 - 2x + 1)(x - 4)} = (1 - x)\sqrt{16 - x^2}$.

Отговори: 1. Б); 2. А); 3. В); 4. Г) 4; 5. Г) 7/36; 6. Б); 7. А); 8. В); 9. Г) 3

Решение на 10 задача:

Първи начин:

Определяме ДМ: $\begin{vmatrix} (x^2-2x+1)(x-4)\geq 0 \quad (1) \\ 16-x^2\geq 0 \quad (2) \end{vmatrix}$ .... 5 т.

Решенията на (1) са $x\in[4;\infty)\cup\{1\}$.. 3 т.

Решенията на (2) са $x\in[-4;4]$ .... 2 т.

Общите решения са 1 и 4 .... 2 т.

Проверка, че 1 и 4 са решения на уравнението .... 3 т.

Втори начин:

Привеждаме уравнението във вида $|x-1|\sqrt{x-4}=(1-x)\sqrt{(4-x)(4+x)}$ .... 3 т.

1 сл. $x-1\geq 0$ => $(x-1)\left(\sqrt{x-4}+\sqrt{(4-x)(4+x)}\right)=0$ .... 2 т.

от него получаваме, че $x=1$ е решение на изходното уравнение .... 2 т.

а корена на израза в скобите е възможен само за $x=4$ .... 2 т.

2 сл. $x-1<0$ => $(x-1)\left(-\sqrt{x-4}+\sqrt{(4-x)(4+x)}\right)=0$ .... 1 т.

от него следва $\sqrt{16-x^2}=\sqrt{x-4}$ .... 2 т.

корените му са 4 и –5, които не са решения на изходното уравнение....... 3 т.

ptsonev@yahoo.com

12. клас

Време за решаване 120 минути.

Организаторите Ви пожелават успех!

Име ……………………………………………училище…………………град…………………

ПЪРВА ЧАСТ

Всяка задача има само един верен отговор. "Друг отговор" се приема за решение само ако е отбелязан верен резултат. Задачите се оценяват с по 2 точки.

1. Ако $a = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1} - \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{2\sqrt{3}}{3}$, то:

А) $a = 1$; Б) $a = 2$; В) $a = 3\sqrt{3}$; Г) друг отговор.

2. Ако x_1 и x_2 са корени на квадратното уравнение $x^2 - 6x + 1 = 0$, то изразът $x_1^2 + x_2^2$ е равен на:

А) 18; Б) 24; В) 34; Г) друг отговор.

3. Произведението на модата и медианата на данните 4, 3, 4, 1, 11, 9, 7, 6 е:

А) 12; Б) 15; В) 20; Г) друг отговор.

4. Ако за аритметичната прогресия $\{a_n\}$ е известно, че $a_7 + a_{12} = 8$, то сборът на първите осемнадесет члена на прогресията е:

А) 72; Б) 36; В) 48; Г) друг отговор.

5. Ако $tg\frac{\alpha}{2} = \frac{1}{3}$, то $cos\alpha$ е:

А) 1; Б) $\frac{5}{4}$; В) $\frac{3}{10}$; Г) друг отговор.

6. От 6 различни химикалки и 5 различни моливи са направени подаръци от две химикалки и три моливи. Броят на възможните различни подаръци е равен на:

А) 120; Б) 180; В) 150; Г) друг отговор.

7. Броят на естествените числа, които са решения на неравенството $\sqrt{x+5} \le 1 + \sqrt{5}$ е:

А) 5; Б) 3; В) 4; Г) друг отговор.

8. Окръжностите k_1 и k_2 се допират външно. Окръжността k_1 има радиус 6. От центъра O на k_2 е прекарана права, която се допира до k_1 в точката A и $OA = 8$. Дължината на радиуса на k_2 е равен на:

А) 3; Б) 4; В) $2\sqrt{2}$; Г) друг отговор.

9. Даден е правоъгълен трапец $ABCD\left(AB \parallel CD\right)$ с основа $AB = 16$, бедро $BC = 14$ и диагонал $AC = 10$. Дължината на малката основа CD е:

А) $4\sqrt{2}$; Б) 4; В) 5; Г) друг отговор.

10. Бедрото на равнобедрен триъгълник е 48, а радиусът на описаната около триъгълника окръжност е $R = 36$. Дължината на височината към основата е:

А) 24; Б) 38; В) 28; Г) друг отговор.

11. Даден е равнобедреният триъгълник ABC $(AC = BC)$ с $AB = 6cm$. Ако височината CD $\left(D \in AB\right)$ е $4cm$, то височината AN $\left(N \in BC\right)$ е:

А) $5cm$; Б) $\frac{24}{5}cm$; В) $\frac{3}{5}cm$; Г) друг отговор.

12. Даден е равнобедреният трапец $ABCD$ $\left(AB \parallel CD\right)$. Голямата му основа AB има дължина $3cm$ и $\angle ADC = 120^\circ$. Ако в трапеца може да се впише окръжност, то радиусът на тази окръжност е :

А) $1cm$; Б) $\frac{\sqrt{2}}{2}cm$; В) $2cm$; Г) друг отговор.

ВТОРА ЧАСТ

Следващите две задачи са със свободен отговор, който трябва да се запише.

Задачите се оценяват с 3 точки

13. Ако (x, y) е решение на системата $\left|\begin{array}{l} x + y = 8 \\ x^2 - y^2 = 16 \end{array}\right.$, да се намери на колко е равно произведението xy.

Отговор:. . . . .

14. Катетите на правоъгълен триъгълник са $3cm$ и $7cm$. Да се намери дължината на ъглополовящата на правия ъгъл на триъгълника.

Отговор:. . . . .

ТРЕТА ЧАСТ

На следващите три задачи трябва да се опише подробно решението. Задачите се оценяват с по 10 точки.

15. Ако $\cos\alpha = -\frac{3}{5}$ и $\frac{\pi}{2} \le \alpha \le \pi$, да се намери стойността на израза $\sqrt{\frac{1-\cos 4\alpha}{2}}$.

16. Да се реши системата $\left|\begin{array}{l} x^2 - 5xy + y^2 = 0 \\ x + xy + y^2 = 1 \end{array}\right.$

17. От върха D на тъпия ъгъл на ромба $ABCD$ са спуснати $DP \perp AB$ $(P \in AB)$ и $DQ \perp BC$ $(Q \in BC)$. Ако $DP = DQ = a$ и $PQ = b$, да се намери лицето на ромба.

ОТГОВОРИ

1. б). 2. в). 3. в). 4. а). 5. г $\frac{4}{5}$). 6. в). 7. а). 8. б). 9. в). 10. г 32). 11. б). 12. г $\frac{\sqrt{3}}{2}$). 13. 15. 14. $\frac{21\sqrt{2}}{10}cm$. 15 . $\frac{24}{25}$. 16. $x_1 = \frac{-5+\sqrt{21}}{2}$, $y_1 = -1$; $x_2 = \frac{-5-\sqrt{21}}{2}$, $y_2 = -1$; $x_3 = \frac{7-\sqrt{21}}{14}$, $y_3 = \frac{7+\sqrt{21}}{14}$; $x_4 = \frac{7+\sqrt{21}}{14}$, $y_4 = \frac{7-\sqrt{21}}{14}$.

17. $\frac{2a^4}{b\sqrt{4a^2-b^2}}$.

РЕШЕНИЯ

15. $\sin\alpha = \pm\sqrt{1-\cos^2\alpha} = \pm\sqrt{1-\frac{9}{25}} = \pm\frac{4}{5}$. От $\frac{\pi}{2} \le \alpha \le \pi$ получаваме $\sin\alpha = \frac{4}{5}$. Тогава $\sqrt{\frac{1-\cos 4\alpha}{2}} = \sqrt{\sin^2 2\alpha} = |\sin 2\alpha|$. От $\pi \le 2\alpha \le 2\pi$ следва $\sin 2\alpha \le 0$ и $|\sin 2\alpha| = -\sin 2\alpha$ $= -2\sin\alpha\cos\alpha = -2\frac{4}{5}(-\frac{3}{5}) = \frac{24}{25}$

16. Преобразуваме дадената система и получаваме

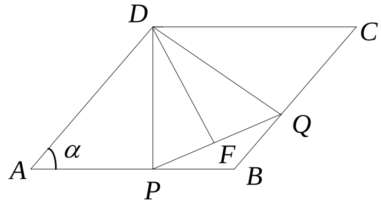
$$\left|\begin{array}{l} x^2 - 5xy + y^2 = 0 \\ x + xy + y^2 = 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left|\begin{array}{l} x^2 - 5xy + y^2 = 0 \\ x(1+y) = (1+y)(1-y) \end{array}\right.$$

1. А**ко** $1 + y = 0$, т.е. $y = -1$, от първото уравнение на системата получаваме $x^2 + 5x + 1 = 0$, откъдето $x_{1,2} = \frac{-5\pm\sqrt{21}}{2}$.Тогава решенията на системата са $x_1 = \frac{-5+\sqrt{21}}{2}, y_1 = -1$; $x_2 = \frac{-5-\sqrt{21}}{2}, y_2 = -1$.

2. А**ко** $1 + y \neq 0$, получаваме системата $\left|\begin{array}{l} x^2 - 5xy + y^2 = 0 \\ x = 1 - y \end{array}\right.$, откъдето намираме

$x_3 = \frac{7-\sqrt{21}}{14}, y_3 = \frac{7+\sqrt{21}}{14}$; $x_4 = \frac{7+\sqrt{21}}{14}, y_3 = \frac{7-\sqrt{21}}{14}$.

17. Означаваме $\mathrm{R}BAD = \alpha$.Тогава $\mathrm{R}PDQ = \alpha$. Построяваме $DF \perp PQ$ $(F \in PQ)$ и от правоъгълния триъгълник PFD намираме $\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{PF}{DP} = \frac{b}{2a}$.



Тогава от

$\sin\alpha = 2\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2} = 2\sin\frac{\alpha}{2}\sqrt{1-\sin^2\frac{\alpha}{2}}$ намираме $\sin\alpha = 2\frac{b}{2a}\sqrt{1-\frac{b^2}{4a^2}} = \frac{b}{2a^2}\sqrt{4a^2-b^2}$.

От правоъгълния $\triangle APD$ имаме $\frac{DP}{AD} = \sin\alpha$, откъдето $AD = \frac{a}{\sin\alpha}$. Тогава

$$S_{ABCD} = AD^2\sin\alpha = = \frac{a^2}{\sin\alpha} = \frac{2a^4}{b\sqrt{4a^2-b^2}}$$