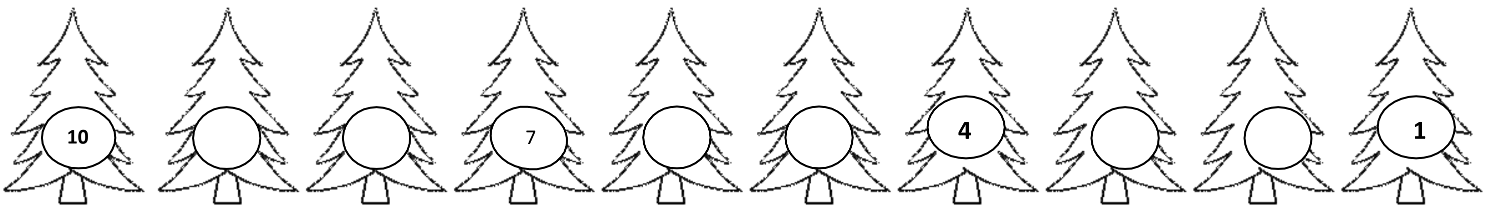
СМБ – Секция “Изток”

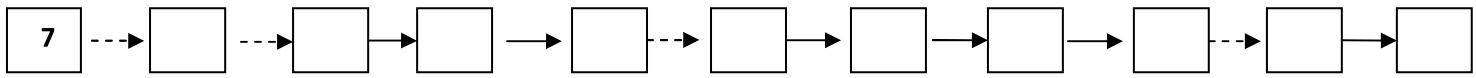
Коледно математическо състезание 12.12.2009

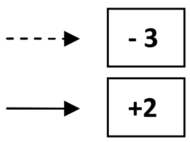
Име ....Училище..Вх.№.....................

1

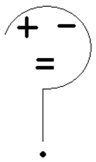


2





3



6 □ 8 □ 2   7 □ 8 □ 1   4 □ 6 □ 2

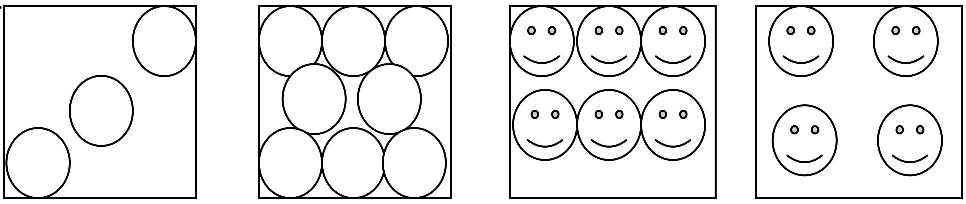
8 □ 3 □ 5   5 □ 2 □ 7

4

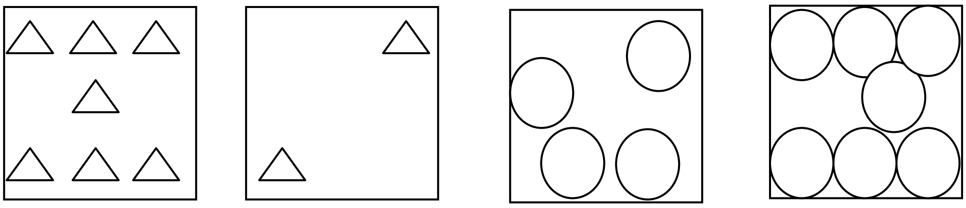
> < =

2 ☐ 6	7 ☐ 4+2	6+1 ☐ 7	6+0 ☐ 6-0	3+5 ☐ 8-1
8 ☐ 3	6 ☐ 7-1	5+0 ☐ 5	3+1 ☐ 4+1	7-5 ☐ 8-3

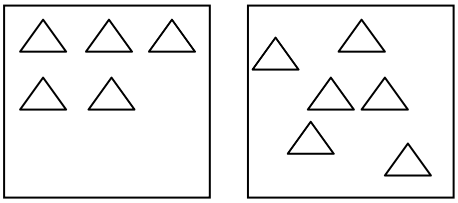
5



3 + 5 = 8 ☐ - ☐ = ☐



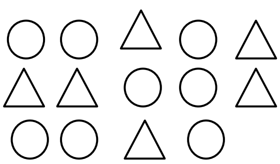
☐ - ☐ = ☐ ☐ + ☐ = ☐

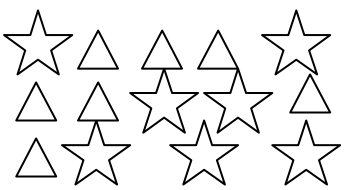


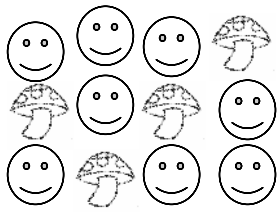
☐ + ☐ = ☐

6

> < =

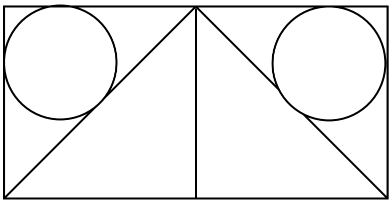






○ 8 > 6 △ △ ☐ ☐ ☐ ☆ ☺ ☐ ☐ ☐

7



△ = ?

○ = ?

□ = ?

△ + ○ - □ = ?

8

	7	
6		
	1	

	7	
	3	
2		

3	1	2

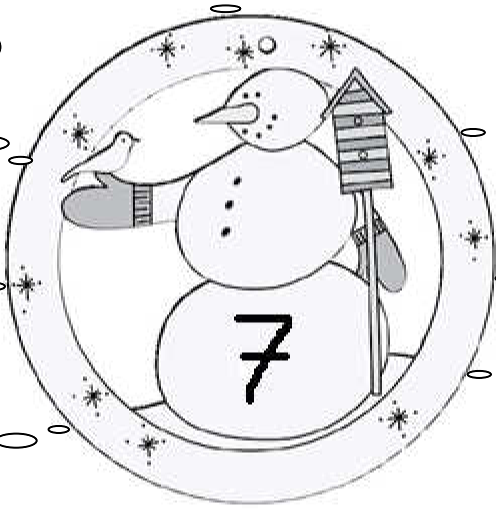
9

- 2 = □

□ + 3 =

- 6 = □

5 + □ =



- 1 = □

4 + □ =

- 7 = □

10

7 >  > 2 +1

 : <u>4, 5, 6</u>

6 <  < 8

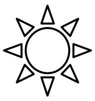
 : __________

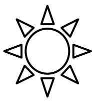
2 <  < 6

 : __________

3 + 1 <  < 7

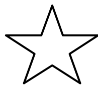
 : ___________

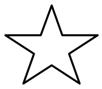
2 <  + 1 < 7

 : __________

6 > 6 -  > 2

 : __________

2 + 3 <  < 5 + 2

 : ___________

Отговори първи клас:

1.зад. По 0,5 на число.

2.зад. По 0,3 на число.

3.зад. По 0,3 на знак.

4.зад. По 0,5 на знак.

5.зад. По 1,25 на пример.

6.зад. По 2,5 на пример.

7.зад. За △ 2 т., за ○ 1 т. , за ▭ 2 т. и за сумата 2 т.

8.зад. На първа пирамида 2,5 т., на втора пирамида 3 т., на трета пирамида 1,5.

9.зад. На пример по 1 т.

10.зад. На верните отговори от първи ред по 2 т., на втори ред по 3 т.

Секция “Изток” – СМБ
КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 12.12.2009 г.

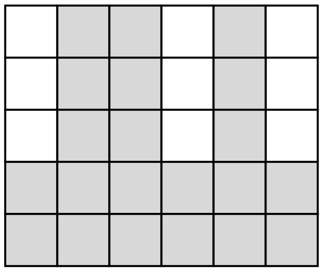
2 клас

Времето за решаване е 120 минути.
Регламент: Всяка задача от 1 до 9 им само един верен отговор. „Друг отговор” се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, от 4 до 6 с по 5 точки и от 7 до 9 с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.
Организаторите желаят успех!

Име...училище.......................................град.....................

Задача 1. В думата „стоп” е скрито числото 100. Намерете сбора от числата, скрити в изречението: ” Петко направи две посещения на село Триград.”

а) 7 б) 8 в) 10 г)друг отговор



Задача 2. Намерете обиколката на оцветената фигура, ако страната на малкото квадратче е 1см.

а) 28 б) 27 в) 26 г) друг отговор

Задача 3. Един шоколад струва 6 лв. и още половината от цената на същия шоколад. Колко лева струва целият шоколад?

а) 8 б) 9 в) 12 г) друг отговор

Задача 4. От най-голямото двуцифрено число, записано с различни цифри, извадете сбора на най-голямото едноцифрено число и числото, което има 5 дес. и 6 ед.

а) 34 б) 35 в) 32 г) друг отговор

Задача 5. Проверете равенствата. Броят на вярно решените задачи е:

31 ед + 4 дес . = 44 ед. 7 дес. – 4 ед. = 5 дес. + 16 ед. 7 дм – 30 см = 4 дм
1 дес. + 10 ед. = 30 ед. (8 дм – 50 см) + 70 см = 1 м 1 м = 9 дм – 20 см

а) 6 б) 5 в) 4 г) друг отговор

Задача 6. Калина събира салфетки. Дала на приятелката си Краси няколко от тях и преброила останалите. Оказали се 56. Колко салфетки щяха да й останат, ако беше дала на Краси 8 салфетки повече?

а) 64 б) 60 в) 48 г) друг отговор

Задача 7. Бащата е на 38 години, синът – на 11 години. На колко години е дъщерята, ако след 18 години сборът от годините на дъщерята и на сина ще бъде равен на годините на бащата?

а) 8 б) 7 в) 9 г) друг отговор

Задача 8. Бедрото на равнобедрен триъгълник е 20 см и е с 8 см по-дълго от третата му страна, която е равна на страната на квадрат. С колко сантиметра обиколката на триъгълника е по-голяма от обиколката на квадрата?

а) с 4 см б) с 6 см в) с 14 см г) друг отговор

Задача 9. Украсили коледната елха в центъра на София със 100 играчки – топки, ангелчета и камбанки. Топките и ангелчетата общо са 67, а ангелчетата и камбанките – 48. С колко ангелчетата са по-малко от камбанките?

а) с 18 б) с 33 в) с 15 г) друг отговор

Задача 10. Тони купила 64 цветни топчета. Половината от тях са червени, сините са с 1 дес. и 12 ед. по-малко от червените; броят на жълтите е число, на което цифрата на единиците е 6, а цифрата на десетиците е с 5 по-малка. Останалите топчета са зелени. По колко топчета има от всеки цвят?

Отговори 1в; 2а; 3в; 4г – 33; 5г -3; 6в; 7в; 8а; 9а;

2 клас

РЕШЕНИЯ

Задача 1. 5 + 2 + 3 = 10
Задача 2.
Задача 3. 6 + 6 = 12 лв.
Задача 4. 98 – (9 + 56) = 98 – 65 = 33
Задача 5.
Задача 6. 56 – 8 = 48

Задача 7. 11 + 18 + x + 18 = 38 + 18 29 + x = 38 x = 38 – 29 x = 9 години синът
или 38+18 = 56 г. бащата след 18 г.; 11+18 = 29 г. синът след 18 г.; д + с = б, т.е. д + 29 = 56;
д = 27 г. след 18 г., а сега е на 27 – 18 = 9 г.

Задача 8. 20 – 8 = 12 см е третата страна на триъг. 20 + 20 + 12 = 52 см е P триъгълника
12 + 12 + 12 + 12 = 48 см е P на квадрата 52 – 48 = 4 см по-голяма

Задача 9. 100 – 67 = 33 камбанки; 100 – 48 = 52 топки; 67 – 52 = 15 ангелчета; 33 – 15 = 18 по-малко.

Задача 10. 64 = 32 + 32 (32 са червените) 4 т. 32 – 22 = 10 (10 са сините) 3 т.
жълти – 16 4 т. ; 64 – (32 + 10 + 16) = 6 са зелените топчета 4 т.

Секция “Изток” – СМБ

КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 12.12.2009 г.

3 клас

Времето за решаване е 120 минути.

Регламент: Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. “Друг отговор ” се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.

Организаторите Ви пожелават успех!

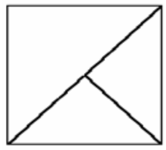
Име...училище.......................................град......................

Задача 1 Кое е най-малкото двуцифрено число, което се дели на сбора от цифрите си и на произведението от цифрите си?

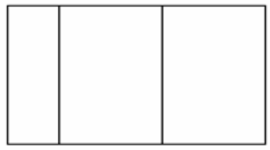
а) 12 б) 10 в) 24 г) друг отговор

Задача 2 Умножете броя на триъгълниците от Чертеж.1 с броя на правоъгълниците от Чертеж.2. Полученото число е:

а) 12 б) 24 в) 9 г) друг отговор



Чертеж.1



Чертеж.2

Задача 3 Кой ден от седмицата трябва да се напише на мястото на многоточието в редицата ПОНЕДЕЛНИК, СРЯДА, ПЕТЪК, НЕДЕЛЯ, ВТОРНИК, ………,

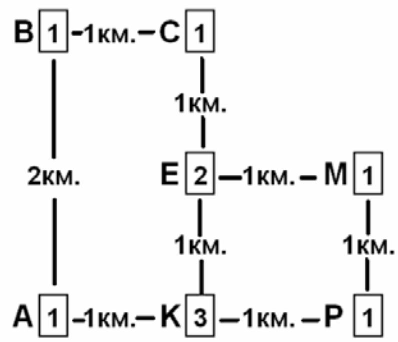
а) ПЕТЪК б) СРЯДА в) ЧЕТВЪРТЪК г) друг отговор

Задача 4 $a.c=14$, $b.a=12$, $a>1$, $c.b:a=?$

а) 21 б) 168 в) 84 г) друг отговор

Задача 5 Снегорин трябва да разчисти пътя между всеки две съседни места, означени с букви. В квадратчетата е написано по колко пъти трябва да мине през всяка буква. Колко километра ще измине?.

а) 8 б) 10 в) 9 г) друг отговор



Задача 6 Мими има две блузи – бяла и синя и три поли – бяла, черна и червена. По колко различни начина може да се облече Мими, така че полата и блузата да са от различни цветове?

а) 2 б) 6 в) 5 г) друг отговор

………

Задача7 $M = 100 - (10.\,4 - 10 + 0.80) - a$, $P = 9.5 + 5 + 2.2.5 - c$. Ако $a < c$, кой от изразите приема по-голяма стойност?

а) M б) P в) M = P г) друг отговор

Задача 8 Сумата от обиколките на равностранен триъгълник и квадрат е 32 см. Разликата на дължините на страните им е 1 см. Колко сантиметра е обиколката на квадрата?

а) 16 см б) 20 см в) 25 см г) друг отговор

Задача 9 От 7^{00} ч. до 8^{00} ч. Иво ходил и се връщал до 3 магазина. Всеки магазин се намира на 1 км. от дома му. Баща му тръгнал с кола в 8^{00} ч. за село. Движил се 10 пъти по-бързо и пристигнал в 9^{00} ч. На какво разстояние се намира селото?

а) 10 б) 6 в) 100 г) друг отговор

Задача 10 Всеки ден от 1 до 10 май включително чичо Миро слагал по 10 м. тел за да огражда нивата си. Чичо Нено работил само на нечетните от тези дати и на първите две четни дати. Той слагал с по 3м. повече на ден отколкото чичо Миро. Чичо Геро започнал на 1 май, работил 2 дена, почивал 2 дена и така редувал до 10 май. На ден слагал с по 3м. повече отколкото чичо Нено.

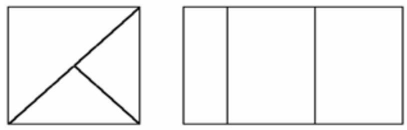
1. Колко метра тел е сложена на 6 май?
2. На коя дата са наредени най-малко метра тел?
3. Колко метра общо са оградили чичо Геро и чичо Нено?

Отговори : 1а); 2б); 3в); 4а); 5б); 6в); 7а); 8б); 9г) – 60; 10 1.-26; 2. - 8май; 3. - 187

Решения:

<u>Задача 1</u> Числото 12 отговаря на условията, а по-малките от него двуцифрени числа 10 и 11 – не.

<u>Задача 2</u> Триъгълници – 4, правоъгълници – 6, произведение -24.



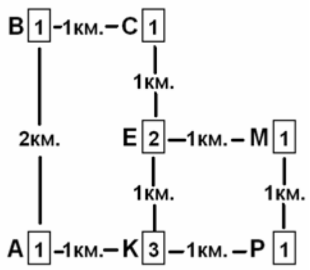
Чертеж.1 Чертеж.2

<u>Задача 3</u> Дните са през един. На мястотто на многоточието трябва да се напише **ЧЕТВЪРТЪК.**

<u>Задача 4</u>

От **a.c=14 и a>1** следва, че **a** може да бъде 2, 7 или 14. От тези стойности само 2 е делител на 12 – следователно **a** е 2. **b.a=12** –> **b=6, c =7, c.b:a=21.**

<u>Задача 5</u> Един от възможните маршрути на снегорина е К, А, В, С, Е, К, Р, М, Е, К - 10 км.



<u>Задача 6</u> Възможните комбинации са означени с "+" в таблицата.

БЛУЗА / ПОЛА	БЯЛА	СИНЯ
БЯЛА	-	+
ЧЕРНА	+	+
ЧЕРВЕНА	+	+

<u>Задача 7</u> **M** = 100 – **a** – (10. 4 – 10 + 0.80) = 100 – **a** – (40 – 10 + 0)= 100 – **a** – 30 = 70 – **a**,
P = 9.5 + 5 +2.2.5 – **c** = 45 +5+ 4.5 – **c** = 50+20 **-** **c** = 70 **-** **c**
Ако **a** < **c**, **M** приема по-голяма стойност.

<u>Задача 8</u>
1 случай Нека страната на квадрата е Хсм, а на триъгълника Х+1см. В този случай за сумата от обиколките се получава 32 = 4Х + 3(Х+1), 7Х=29 – няма решение в цели числа.
2 случай Нека страната на квадрата е Хсм, а на триъгълника Х-1см. 32 = 4Х + 3(Х-1), 7Х=35, Х=5.
Обиколката на квадрата е 20 см.

<u>Задача 9</u> Отиване и връщане до един магазин – 2 км. До трите магазина Иво изманал общо 6 км. за един час. Баща му изминал 10 пъти повече – 60км. Селото се намира на 60 км.

<u>Задача 10</u> Чичо Нено слагал по 10+3=13 м. на ден. (1т.) Чичо Геро слагал по 13+3=16 м. на ден. (1т.)

ДАТА / ИМЕ/МЕТРИ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
Миро	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	Общо метри	100	2 т.
Нено	13	13	13	13	13		13		13		Общо метри	91	3 т.
Геро	16	16			16	16			16	16	Общо метри	96	3 т.
Общо метри	39	39	23	23	39	**26**	23	**10**	39	26			
						1 т.		3 т.					

Чичо Нено и чичо Геро сложили общо 187 м. тел. (1т.)

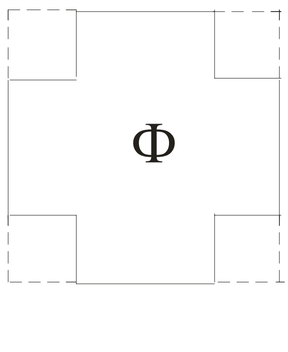
<u>Секция “Изток” – СМБ</u>
КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 12.12.2009 г.
4 клас

<u>Времето за решаване е 120 минути.</u>
<u>Регламент:</u> Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. “Друг отговор ” се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.
<u>Организаторите Ви пожелават успех?</u>

Име...училище...град......................................

1 зад. Ако a=25–12, b=3.4, c=36:12, то
а) $c<b<a$ **б)** $b<c<a$ **в)** $c<a<b$ **г)** $a<b<c$
2 зад. На опашката са се наредили 10 ученици, като първият има 2 лв. и всеки следващ има с 10 ст. повече от стоящия пред него. Колко са парите на последния в опашката?
а) 2 лв. 10 ст. **б)** 2 лв. 20 ст. **в)** 3 лв. **г)** друг отговор
3 зад. Влак тръгнал в 10:25 вечерта и пристигнал в 6:15 сутринта на другия ден. Колко време е пътувал влакът?
а) 7 ч и 50 мин; **б)** 4 ч и 10 мин; **в)** 6 ч и 40 мин; **г)** друг отговор
4 зад. Водопроводчик реже тръба на 3 части за 6 минути. За колко минути ще разреже такава тръба на 9 части?
а) 27; **б)** 18; **в)** 24; **г)** друг отговор.
5 зад. Кое е най-голямото едноцифрено число, записано с цифра, която участва в ребуса *51–1*3=62*? (На мястото на звездичките могат да стоят различни цифри.)
а) 9; **б)** 8; **в)** 7; **г)** друг отговор.
6 зад. На всеки кръгъл час стенен часовник бие толкова пъти, колкото показва часовата стрелка, а на всеки половин час между кръглите часове бие по един път. Колко пъти е бил часовникът в коледната нощ между единайсет и пет и два без петнайсет?
а) 13; **б)** 16; **в)** 18; г) друг отговор.
7 зад. Три кифли и два сока струват 3 лв. и 10 ст., а четири кифли и три сока струват 4 лв. и 30 ст. Колко струват три сока и три кифли?
а) 1 лв.; **б)** 2 лв.; **в)** 1 лв. и 50 ст.; **г)** друг отговор.
8 зад. В 3. и 4. клас на едно училище преподават общо 12 учители. От тях 9 преподават в 3. клас, а 7 преподават в 4. клас. Колко са учителите, които преподават и в 3. и в 4. клас?
а) 5; **б)** 4; **в)** 3; **г)** друг отговор.
9 зад. 2009–2007+2005–2003+2001–1999+…+9–7+5–3+1=
а) 4018; **б)** 2009; **в)** 1005; **г)** друг отговор.

10 зад. Фигурата Ф е получена, като от четирите ъгъла на квадрат са изрязани четири еднакви квадратчета, всяко с лице 1 кв. см. Ако обиколката на Ф е равна на сбора от обиколките на четирите изрязани квадратчета, то на колко е равно лицето на Ф?



ОТГОВОРИ: 1а; 2г - 2лв90ст; 3а; 4в; 5б; 6б; 7г – 3лв60ст 8б; 9в;

1	2	3	4	5	6	7	8	9
А	Г 2,90	А	В	Б	Б	Г 3,60	Б	В

Решения:

1 зад.

a=25–12=13, b=3.4=12, c=36:12=3. Следователно $c<b<a$

2 зад.

Десетият има с 90 ст. повече от първия. Отговорът е 2 лв. 90 ст.

3 зад.

До полунощ влакът е пътувал 1 ч 35 мин. Общо 1 ч 35 мин + 6 ч 15 мин = 7 ч 50 мин.

4 **зад.**

Един срез се прави за 3 минути, а 8 среза – за 24 минути.

5 зад.

751–123 = 62**8**

6 зад.

Часовникът бие по веднъж в 11:30, 0:30 и 1:00 и 1:30; освен това бие дванайсет пъти в полунощ. Общо 16 пъти.

7 зад. От цената на четири кифли и три сока вадим цената на три кифли и два сока: 4 лв. и 30 ст. минус 3 лв. и 10 ст. е 1 лв. и 20 ст.

8 зад.

В сбора 9+7 учителите, които преподават и в двата класа, са преброени два пъти. Търсеният брой е 9+7–12=4.

9 зад.

Групираме разликите – те са 502 на брой:

$(2009–2007)+(2005–2003)+\ldots+(9–7)+(5–3)+1=2+2+\ldots+2+2+1=502.2+1=1005.$

10 зад.

Страната на квадратче с лице 1 квадратен сантиметър е 1 см. (3 т.)
Понеже обиколката на Ф е равна на обиколката на квадрата, (3 т.)
квадратът има страна, равна на обиколката на едно от изрязаните квадратчета, т.е. 4 см. (3 т.)
Следователно лицето на квадрата е 16 кв. см, (3 т.)
а тогава лицето на Ф е 16 – 4 = 12 кв. см. (3 т.)

Борислав Лазаров - София

Секция "Изток" – СМБ
КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 12.12.2009 г.
5 клас

Времето за решаване е 120 минути.
Регламент: Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. "Друг отговор " се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.
Организаторите Ви пожелават успех?

Име...училище..град....................................

1 зад. Ако $A = (8 \,.\, 25 - 10) : 10$ и $B = 2 \,.\, 100 - 20 : 20$, то А+В е:
а) $A + B = 28$; б) $A + B = 208$; в) $A + B = 218$; г) друг отговор

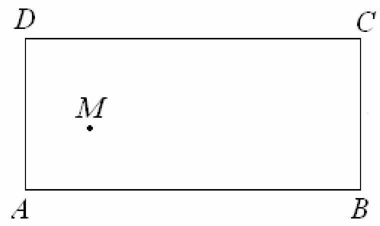
2 зад. На колко е равен сборът на липсващите цифри в произведението 6*3 . 5 = 346* (всяка * означава една липсваща цифра)?
а) 8; б)10 ; в) 11; г) друг отговор

3 зад. Колко лева ще ви бъдат върнати, ако с банкнота от 10 лв. си купите 7 вафли, всяка от които струва 38 ст. и един шоколад, който струва 1,25 лв.?
а) 6,09 лв.; б) 6,19 лв.; в) 7,09 лв.; г) друг отговор

4 зад. На концерт имало 750 посетители – жени и мъже. На всеки ред в концертната зала седели по 8 мъже и 7 жени. Броят на жените в залата е бил:
а) 300; б) 350; в) 450; г) друг отговор

5 зад. Числото a е с 2,7 по-голямо от числото 2,03, а числото b е с 2,03 по-малко от числото 2,7. Сборът $a + b + 2{,}7 + 2{,}03$ е равен на:
а) 9,23; б) 9,52; в) 10,13; г) друг отговор

6 зад. Точка ***M*** лежи вътре в правоъгълник. Сборът на разстоянията от ***M*** до четирите страни на правоъгълника е равен на 14 см. На колко сантиметра е равен периметърът на правоъгълника?
а) 14 см; б) 21 см; в) 28 см; г) друг отговор



7 зад. Иван е с 5,75 кг по-тежък от Ники и с 2 250 грама по-лек от Антон. С колко килограма Антон е по-тежък от Ники.
а) 3,05 кг; б) 3,5 кг; в) 5,525 кг; г) друг отговор

8 зад. От правоъгълна леха с размери 32 дм и 10,5 м набрали по 2,2 кг ягоди от квадратен метър. При преглеждането на набраните ягоди изхвърлили 1,12 кг развалени, а останалите поставили в щайги, като във всяка от тях имало по 2,8 кг ягоди. Броят на напълнените с ягоди щайги е:
а) 24; б) 25; в) 26; г) друг отговор

9 зад. От една автогара тръгва автобус в посока ***A***. Един час след него от същата автогара в противоположна посока ***B*** тръгва втори автобус. Първият се движил със скорост 64 км/ч, а вторият – с 20 км/ч по-бързо. На какво разстояние ще бъдат автобусите един от друг, когато вторият автобус измине 252 км?
а) 256 км; б) 408 км; в) 444 км; г) друг отговор

10 зад. Иван, Петър, Христо и Стоян са танцьор, художник, певец и журналист. Иван и Христо били сред публиката на първия солов концерт на певеца. Петър и журналиста заедно позирали на художника. журналистът написал статия за Стоян и възнамерява да напише и за Иван. Петър не познава певеца. Определете професиите на всеки от четирима.

Отговори: 1-в); 2-г) 14; 3-а); 4-б) ; 5-в); 6-в); 7-г) 8 кг; 8-в); 9-г) 508 км .

Решения:

1 зад. $A = 19$, $B = 199$ следователно $A + B = 218$

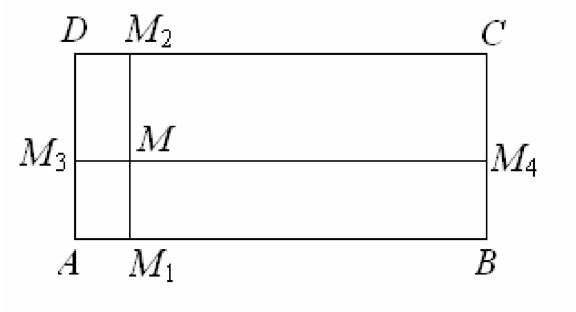
2 зад. От 5 . 3 = 15, следва, че липсващата цифра в 346* е 5. Тогава 3465 : 5 = 6**9**3 Следователно липсващите цифри са 5 и 9 и сборът им е 14.

3 зад. За 7 вафли по 0,38 лв. ще се необходими 2,66 лв. За 7 вафли и един шоколад ще са необходими 3,91 лв. Следователно, ако се заплати с банкнота от 10 лв. Рестото ще е 10 – 3,91 = 6,09 лв

4 зад. На един ред седят общо 15 човека**.** В залата 750 : 15 = 50 реда. На всеки ред има по 7 жени, следователно броят им е 50 . 7 = 350.

5 зад. ***а*** = 2,03 + 2,7 = **4,73** ***в*** = 2,7 – 2,03 = **0,67** $a + b + 2{,}7 + 2{,}03 = 4{,}73 + 0{,}67 + 2{,}7 + 2{,}03 = 10{,}13$

6 зад. Разстоянията от т. M до четирите страни на правоъгълника са: MM_1, MM_2, MM_3 и MM_4. Разстоянието $M_1M_2 = AD$, $M_3M_4 = AB$. Следователно сборът на разстоянията от $\boldsymbol{M}$ до четирите страни на правоъгълника е равен на полупериметъра на правоъгълника. Следователно периметърът на правоъгълника е равен на 2 . 14 = 28 см.



7 зад. Теглото на Иван е равно на теглото на Ники + 5,75 кг. От друга страна теглото на Иван е равно на теглото на Антон - 2,25 кг. Следователно (теглото на Антон - 2,25 кг) = (теглото на Ники + 5,75 кг), т.е. теглото на Антон = теглото на Ники + 8 кг. Антон е по-тежък от Ники със 8 кг.

8 зад. Площта на лехата е 3,2 . 10,5 = 33,6 кв. м. Тогава набраните ягоди са 33,6 . 2,2 = 73,92 кг. След изхвърляне на 1,12 кг са останали 72,8 кг. Броят на напълнените щайги е 72,8 : 2,8 = 26

9 зад. Скоростта на втория автобус е 64+ 20 = 84 км/ч и той ще измине разстоянието 252 км за 3 часа. Следователно първият автобус ще е пътувал 4 часа и ще измине 64 . 4 = 256 км. Тогава разстоянието между двата автобуса ще е 252 + 256 = 508 км.

10 зад.

Иван и Христо били сред публиката на първия солов концерт на певеца. Следователно Иван не е певец и Христо не е певец

	Танцьор	**Художник**	**Певец**	**Журналист**
Иван			**-**	
Петър				
Христо			**-**	
Стоян				

Петър и журналистът заедно позирали на художника. Следователно Петър не е журналист, нито художник.

	Танцьор	**Художник**	**Певец**	**Журналист**
Иван			**-**	
Петър		**-**		**-**
Христо			**-**	
Стоян				

Журналистът написал статия за Стоян и възнамерява да напише и за Иван. Следователно Стоян не е журналист и Иван не е журналист.

	Танцьор	**Художник**	**Певец**	**Журналист**
Иван			-	-
Петър		-		-
Христо			-	
Стоян				-

Така стигаме до извода, че журналистът е Христо, а това означава и че той не е танцьор и художик.

	Танцьор	**Художник**	**Певец**	**Журналист**
Иван			-	-
Петър		-		-
Христо	-	-	-	+
Стоян				-

Петър не познава певеца. Следователно Петър не е певец.
Остава да бъде танцьор.
Така танцьори не са Иван и Стоян

	Танцьор	**Художник**	**Певец**	**Журналист**
Иван	-		-	-
Петър	+	-	-	-
Христо	-	-	-	+
Стоян	-			-

Така от третата колонка получаваме, че Стоян е певец, а от първия ред, че Иван е художник.

	Танцьор	**Художник**	**Певец**	**Журналист**
Иван	-	+	-	-
Петър	+	-	-	-
Христо	-	-	-	+
Стоян	-	-	+	-

<u>Секция “Изток” – СМБ</u>

КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 12.12.2009 г.

6 клас

<u>Времето за решаване е 120 минути.</u>

<u>Регламент:</u> Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. “Друг отговор ” се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.

<u>Организаторите Ви пожелават успех?</u>

Име..училище..град...................................

Зад. 1. Стойността на израза $28,4 - 0,4.(3 \,.\, 2^3 + 4^3 \,.\, 0,25^3)$ е:

а) 18,4 б) 3 в) 27,4 г) друг отговор

Зад. 2. Образите на числата - 3,7; - 2,25; - 0,9; 0,6; 1,96 от числовата ос са съответно точките *A*; *B*; *C*; *D*; *E*. От получените отсечки с краища дадените точки с най-малка дължина е отсечката

а) *AB* б) *BC* в) *CD* г) друг отговор

Зад. 3. Стойността на израза $\dfrac{12^{12} + 30.12^{11}}{6.12^{11}}$ е:

а) $12^{12}+5$ б) $2^{12}+30$ в) 17 г) друг отговор

Зад. 4 . В състезание на 200 метра гладко бягане са участвали четири ученици: Асен, Борис, Васил и Георги. Сумата от числата, отговарящи на местата, на които са се класирали Асен, Борис и Георги е 6, а на Борис и Васил – също 6. Ако е известно, че Борис е заел по-предно място от Асен, то Георги е

а) на III място б) на II място в) на I място г) друг отговор

Зад. 5. Една от страните на успоредник е 8 см и тя е $\dfrac{2}{7}$ от периметъра му. Лицето на трапец с основи съответно равни на страните на успоредника и височина 5 см е:

а) 70 см^2 б) 55 см^2 в) 140 см^2 г) друг отговор

Зад. 6. Стойността на израза $\dfrac{49^3.9^5.63^2}{21^6.27^2}$ е:

а) 441 б) 7 в) 1 г) друг отговор

Зад. 7. Един влак, който се движи със скорост 54 км/ч, настига пешеходец, вървящ в същата посока успоредно на железопътната линия, и го задминава за 6 сек. Скоростта на пешеходеца е 6 км/ч. Дължината на влака е:

а) 100 м б) 90 м в) 80 м г) друг отговор

Зад.8. Трима братя секат главите на ламя. Първият брат отсякъл половината от главите и плюс още едва глава. Вторият отсякъл половината от останалите плюс още две глави. Третият отсякъл половината от останалите плюс още три глави. Така ламята останала с една глава. Колко глави е отсякъл вторият от братята?

а) 7 б) 12 в) 22 г) друг отговор

Зад. 9. Неизвестното число „x” в израза $2^{x^4} : 8^4 = 16^5.\left(\dfrac{1}{2}\right)^{16}$ е:

а) 5 б) 4 в) 3 г) друг отговор

Зад.10. Лека кола може да измине разстоянието между градовете A и B за 1 час. Тя тръгнала от A към B в 8 часа и едновременно с нея по същия път , но от B за A тръгва пешеходец. Когато те се срещнали, пешеходецът се качил в колата и тя се върнала във A, където го оставила. След това веднага потеглила към B и пристигнала в 10 часа и 40 минути.

а) За колко време пешеходецът може да измине сам пътя от B до A?

б) Колко % от времето, за което пешеходецът би продължил пеша до A е времето, когато е пътувал с леката кола?

КМС - **6** кл - 12.12.2009 г. **ОТГОВОРИ**

Отговори 1а; 2б; 3г - 7; 4в; 5г - 35 см^2; 6а; 7в; 8б; 9г – 2;

Решения:
Зад.1. 28, 4 – 0, 4.(3 . 2^3 + 4^3 . $0,25^3$) = 28,4 - 0,4(3,8+1)=28,4-10= 18,4
Зад. 2. Дължината на *AB*= -2,25-(-3,7)=1,45; *BC*= -0,9-(-2,25)=1,35; *CD*= 06-(-09)=1,5 ; *DE* = 1,96-0,6=1,36
Зад. 3. $\frac{12^{12}+30.12^{11}}{6.12^{11}} = \frac{12^{11}(12+30)}{12^{11}.6} = \frac{42}{6} = 7$
Зад. 4. От А + Б + Г = 6 и Б +В = 6 следва, че В = А + Г. Ако приемем, че Б (Борис) е I- ви, тогава В(Васил) е V-ти, което не е възможно. Ако Б е II-ри, тогава Васил е IV-ти, а А(Асен) е III, тъй като Б е заел по-предно място от Асен. Следователно Г(Георги) е на I място.
Варианта Борис да бъде на III- то място е невъзможен, защото от Б + В = 6 ще следва, че и Васил е III.
Зад. 5. Нека P е периметъра на успоредника. $\frac{2}{7}.P = 8, \Rightarrow P = 28.$ От 2.8 + 2в = 28 $\Rightarrow$в= 6 см..

Лицето на трапеца $S = \frac{(a+в)}{2}.5 = \frac{8+6}{2}.5 = 35 кв.см.$

Зад. 6. $\frac{49^3.9^5.63^2}{21^6.27^2} = \frac{7^6.3^{10}.3^4 7^2}{3^6.7^6 3^6} = 3^2.7^2 = 441$

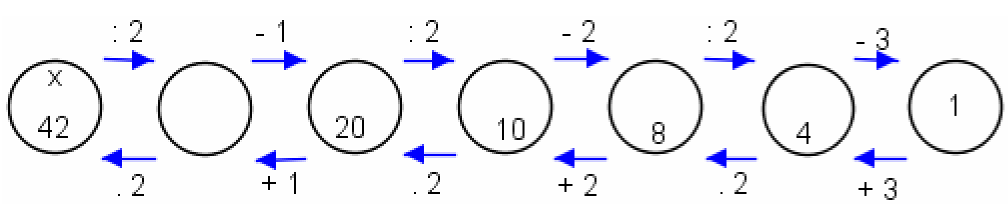
Зад. 7. Нека влака настига пешеходеца в т. А. За 6 сек пешеходеца изминава разстоянието АВ, а влака изминава разстоянието от А до С т.е. пътя изминат от пешеходеца (АВ) и дължината на влака (ВС)

ВС = АС – АВ, $AC = 54.\frac{6}{3600} = \frac{9}{100} км, \quad AB = 6.\frac{6}{3600} = \frac{1}{100} км.$

$BC = \frac{9}{100} - \frac{1}{100} = \frac{8}{100} км = 80 метра$

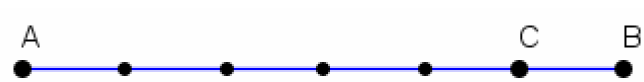
…………А--------В-------------------------------С.

Зад. 8. Задача се решавата по обратен път, като се направи верижката и се установява, че главите са 42.
Вторият брат е отсякъл
20 : 2 + 2 = 12 глави



Зад. 9. $2^{x^4} : 8^4 = 16^5.\left(\frac{1}{2}\right)^{16}; \Rightarrow 2^{x^4} : 2^{12} = \frac{2^{20}}{2^{16}}; \Rightarrow 2^{x^4} : 2^{12} = 2^4$

$\Rightarrow 2^{x^4} = 2^{12}.2^4 \Rightarrow 2^{x^4} = 2^{16} \Rightarrow x^4 = 16 \Rightarrow x^4 = 2^4 \Rightarrow x = 2$
Зад. 10. Нека леката кола срещнала пешеходеца в точка С . Леката кола изминава разстоянието
$A \to C \to A \to B$ за 2 ч и 40 мин. , но от А до В изминава за 1 ч. Следователно леката кола и пешеходеца



са се срещнали след 50 мин. т.е. пешеходецът изминава разстоянието от В до С за 50 мин. От С до В на колата са и останали още 10 мин. т.е още $\frac{1}{6}$ от 60 мин.

АВ е разделена на 6 части, като всяка част пешеходецът изминава за 50 мин. т.е. са му необходими да измине пеша цялото разстояние за 300 мин т.е. 5 часа.

б) До срещата с леката кола пешеходеца е вървял 50 мин, ако би продължил пеша ще върви още 250 мин.

С леката кола е пътувал 50 мин, които са 20% от 250 мин.

Секция "Изток" – СМБ

КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 12.12.2009 г.

7 клас

Време за работа: 120минути.

Регламент: Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. „ Друг отговор" се приема за верен само при отбелязан резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, а от 4 до 6 с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.

Име...... ....училище.........................град......................

Зад 1. Стойността на израза $\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\right)+\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{6}\right)$ е:

а) $\frac{3}{4}$ б) $\frac{4}{5}$ в) $\frac{5}{6}$ г) друг отговор

Зад 2. Четвъртинката от 8^{100} е равна на :

а) 2^{100} б) 2^{25} в) 2^{298} г) друг отговор.

Зад 3.Ако за числата a,b,c са изпълнени равенствата $\frac{a}{b+c}=\frac{7}{19}$ и $\frac{b}{c-a}=3$ то отношението $a:b:c$ е равно на

а)7 : 9: 10 б) 9 :7 :10 в) 8 : 7 : 9 г) друг отговор

Зад 4. Пресметнете $\frac{1}{1.2}+\frac{1}{2.3}+\frac{1}{3.4}+\frac{1}{4.5}+\frac{1}{5.6}$

а) $\frac{4}{5}$ б) $\frac{5}{6}$ в) $\frac{3}{4}$ г) друг отговор

Зад 5. Сборът от годините на майка, баща и син е равен на 74, а преди 10 години този сбор е бил равен на 47. На колко години е сега майката, ако бащата е по-голям от сина си с 28 години?

а) 35 б) 34 в) 33 г) друг отговор

Зад 6. За числата a и b е известно, че $a^2+b^2=1$.Намерете стойността на $a^6+3a^2b^2+b^6$.

а) 2 б) 4 в) 3 г) друг отговор.

Зад 7. В САЩ датите се записват в следната последователност:месец, ден, година във формат 99.99.99, а в Европа се записват ден, месец, година.Колко пъти в годината датата не може да се прочете еднозначно, ако не е ясно по кой от двата начина е записана?

а)132 б) 144 в) 12 г) друг отговор

Зад 8. Пресметнете $\frac{203}{1.2}+\frac{603}{2.3}+\frac{1203}{3.4}+\frac{2003}{4.5}+\frac{3003}{5.6}$

а) 510 б)502,5 в)500 г) друг отговор.

Зад 9 .По окръжност са написани 10 числа, всяко от които е средно аритметично от двете съседни за него числа и сборът на тези 10 числа е равен на 20. Произведението на тези числа е равно на:

а) 256 б) 512 в) 2048 г) друг отговор

Зад.10.В два съда, единият с форма на правоъгълен паралелепипед (без капак), а другият с форма на четириъгълна пирамида (без основа) има общо 190 литра вода.Чрез преливане на 25 литра вода от първия съд във втория, количествата вода в двата съда се изравнили. Ако основите на двата съда са еднакви правоъгълници с размери 60см и 40 см, и в началото първият съд бил пълен догоре, намерете:

а) лицето на повърхнината на първия съд;

б) височината на втория съд, ако след първото преливане той може да бъде допълнен догоре с 1 литър вода

7клас

Отговори и кратки решения:

Отговори:

Задача	Зад.1.	Зад.2.	Зад.3.	Зад.4.	Зад.5	Зад.6	Зад.7	Зад.8	Зад.9
Отговор	**в**	**в**	**А**	**б** -	**г-32**	**г -1**	**а**	б	г) друг отговор **1024**

Зад 1. Решение: 1 –1/6 = 5/6 **Отг. в)**
Зад 2 Решение: $2^{300} : 2^2 = 2^{298}$ **Отг. в)**

Зад 3 Решение:19a=7b+7c и b=3c –3a.След заместване получаваме 19a = 7(3c – 3a) +7c ;10a =7c
a=7к c=10к b = 3(c –a) = 3(10к – 7к) = 9к **Отг. а)**

Зад 4 Решение: 1 –1/6 = 5/6 **Отг.б)**
Зад 5.Ако преди 10 год. синът беше роден, то сборът щеше да е 44.Тогава 74- 47 –20 =7 .Синът е на 7год. Бащата на 35, а майката на 32год. **Отг. г)**

Зад.6 След повдигане на трет**а** степен на $a^2+b^2=1$ получаваме търсеното, също равно на1. **Отг. г)**

Зад.7.Разминаване може да се получи при дните, които могат да служат и за номер на месец (1,2,…12) Те са 12.12=144, но от тях в 12 случая чисслото им съвпада с номера на месеца и отново се разбира еднозначно.Тогава търсените дати са 144-12=132. **Отг. а)**

Зад. 8 Решение: След преобразуване получаваме 100+3/1.2 +100+3/2.3+100+3/3.4+100+3/4.5+100+3/5.6 =
= 500+3(5/6) =502,5 **Отг.б)**
Зад 9.Нека **а** е най-голямото число. Тогава $a \geq b$ и $a \geq c$,,където а и с са съседните числа на а.Тогава $a \geq \frac{b+c}{2}$.По условие $a = \frac{b+c}{2}$ т.е $a = b = c$ =2 .Търсеното произведение е 2^{10}=1024 **Отг. г)**

Зад.10 Решение: а)Първоначалното количество вода във втория съд е (190 – 2.25):2 =70литра.,а в първия съд: 70+2.25=120литра. Следователно V_1= 120литра, V_2=70литра**(5 т.).**
Размерите на основата са а=6 дм, b=4 дм. От V_1=a.b.c намираме с=5 дм. Лицето на повърхнината на правоъгълния паралелепипед (без капак) е 124 кв.дм**(5 т).**
б) След първото допълване във втория съд (който по същество е обърната пирамида) има 95 л.; след доливане на още един литър се получава 96 л. Във формулата V_2 =96 =1/3.24.h се получава 96= 8.h или h= 12 дм **(5 т.).**

Секция “Изток” – СМБ
КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 12.12.2009 г.
8 клас

Времето за решаване е 120 минути.
Регламент: Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. “Друг отговор ” се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.
Организаторите Ви пожелават успех?

Име...училище...град....................................

1 зад. Ако $a = 6, b = 24$ и $x = \frac{a+b}{2}, y = \sqrt{a.b}, z = \frac{2}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}$ определете вярната релация.

а) y<z<x; б) z<y<x; в) y<z<x; г) друг отговор

2 зад. Даден е равнобедрен трапец MNPQ с височина PH = 6 см и MH = 8 см. На колко е равно лицето на трапеца?
а) 24 кв.см; б) 48 кв.см; в) 64 кв.см; г) друг отговор

3 зад. За коя стойност на параметъра a неравенствата $\frac{x+3a}{4} \le x+1$ и $x \ge 1$ са равносилни?

а) $\frac{5}{3}$; б) $\frac{2}{3}$; в)3; г) друг отговор

4 зад. Да се реши уравнението $|x-3| + x^2 + 9y^2 = 6xy$.
а) x=2 y=3; б) x=3 y=1 ; в) x=1 y=2; г) друг отговор

5 зад. Да се намери най-голямото естествено число, което е по-малко от числото $x = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$.

а) 7; б) 9; в) 11; г) друг отговор

6 зад. Квадратен обор с размери 3 м на 3 м е построен в ливада. На един ъгъл (от вън) е завързан кон с въже, дълго 4 м. Намерете лицето на максималната площ от ливадата, на която конят може да пасе.
а) 12 кв.м.; б) $\frac{22}{3}\pi$ кв.м; в) $\frac{25}{2}\pi$ кв.м; г) друг отговор

7 зад. За кои стойности на x и y се удовлетворява неравенството $x^2 + 2y^2 - 2xy - 6y + 10 > 0$?
а) при x>0,y>0; б) само когато x и y принадлежат на интервала $[0;1]$;

в) само при $x = 2y$; г) друг отговор

8 зад.Даден е четириъгълник $MNPQ$, за който $MN \| PQ$ и $\angle M = \angle P$. Точката A е такава, че $\overrightarrow{MA} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MQ}\right)$; точката B е такава, че $\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MP}$. Да се намери лицето на четириъгълника $MNBQ$, ако $S_{MNA} = 3$ кв.см.
а) 12 кв.см.; б) 18 кв.см.; в) 24 кв.см.; г) друг отговор

9 зад. Ако множеството от решенията на неравенството $\frac{4x+m}{3x+n} \le 0$ е интервалът $[-4,2)$, сборът $m+n$ е равен на**:**
а) 4; б) 8; в) 16; г) друг отговор

10 зад. Трапец се разделя от средната си основа на две части, чийто лица се отнасят както 2 : 3. Да се намери отношението на голямата и малката основа на трапеца.

Отговори: 1- б; 2- б - 20; 3-г $\frac{7}{3}$**; 4- б; 5- б; 6- в; 7- г** –при всички стойност на x и y **; 8- б; 9- г 10.**

Решения:

1 зад. x=15, y=12, z=9.6 откъдето получаваме търсената релация.

2 зад. МН е средна отсечка в трапеца и S=8.6=48 кв.см;

3 зад. $\frac{x+3a}{4} \le x+1 \Rightarrow x+3a \le 4x+4 \Rightarrow 3a-4 \le 3x \Rightarrow x \ge \frac{3a-4}{3} \Rightarrow \frac{3a-4}{3} = 1 \Rightarrow a = \frac{7}{3}$.

4 зад. $|x-3| + x^2 + 9y^2 = 6xy \Rightarrow |x-3| + (x-3y)^2 = 0$ равенството е изпълнено само когато $x-3=0$ и $x-3y=0$, откъдето $x=3$ и $x=3y \Rightarrow y=1$.

5 зад. $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})} = 5+2\sqrt{6}$ $\quad 4 < 6 < 9 \Rightarrow \sqrt{4} < \sqrt{6} < \sqrt{9} \Rightarrow 2 < \sqrt{6} < 3$

емпирично установяваме, че $2{,}4$ р $\sqrt{6}$ р $2{,}5(2{,}4^2 = 5{,}76$ и $2{,}5^2 = 6{,}25$ $\Rightarrow 5+2\sqrt{6}$ f $5+2.2{,}4 = 9{,}8 \Rightarrow$ търсеното число е 9.

6 зад. Лицето на търсената площ се състои от 3 части: I. $\frac{3}{4}$ от лицето на кръг с радиус дължината на въжето – 4 м (изключва се $\frac{1}{4}$ от този кръг, където е обора); II. $\frac{1}{4}$ от лицето на кръг с радиус 1 м (остатъка от въжето, опънато до едната стена на обора); III. $\frac{1}{4}$ от лицето на кръг с радус 1 м (опънато до другата стена на обора). Тогава:

$S = \frac{3}{4}.\pi.4^2 + \frac{1}{4}\pi.1^2 + \frac{1}{4}\pi.1^2 = 12\pi + \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} = \frac{25}{2}\pi$ кв.м.

7 зад. $x^2 + 2y^2 - 2xy - 6y + 10 > 0$? $\quad x^2 + 2y^2 - 2xy - 6y + 10 = x^2 - 2xy + y^2 + y^2 - 6y + 9 + 1 =$
$= (x-y)^2 + (y-3)^2 + 1$ и тъй като $(x-y)^2 \ge 0$ за всички стойност на x и y; $(y-3)^2 \ge 0$ за всчки стойности на x и y; $1 > 0$ следва, че неравенството е изпълнено за всчки стойности на x и y .

8 зад. От $MN \| PQ$ и $\angle M = \angle P \Rightarrow MNPQ$ е успоредник. Точката A е пресечна точка на диагоналите. Точка B се намира на продължението на QP на разстояние $PB = QP \Rightarrow MNBP$ е успоредник с диагонал MB . Диагоналите MP и QN делят лицето на на четири равни части . Но
$S_{NBP} = S_{MNP} = 2S_{MNA} \Rightarrow S_{MNBQ} = 6S_{MNA} = 6.3 = 18$ кв.см.

9 зад. I. $4x+m \ge 0$ **и** $3x+n < 0 \Rightarrow x \ge -\frac{m}{4}; x < -\frac{n}{3} \Rightarrow -\frac{m}{4} \le x < -\frac{n}{3}$ **или** $x \in \left[-\frac{m}{4}; -\frac{n}{3}\right)$

II. $4x+m \le 0$ **и** $3x+n > 0 \Rightarrow x \le -\frac{m}{4}; x > -\frac{n}{3} \Rightarrow -\frac{n}{3} < x \le -\frac{m}{4}$ **или** $x \in \left(-\frac{n}{3}; -\frac{m}{4}\right]$

От условието $[-4;2) \Rightarrow$ че е изпълнено **I** $\quad \Rightarrow -\frac{m}{4} = -4 \Rightarrow m = 16; -\frac{n}{3} = 2 \Rightarrow n = -6 \Rightarrow 0$

$\Rightarrow m+n = 16 + (-6) = 10$**.**

10 зад. Нека трапеца е $ABCD$ с голяма основа $AB = a$, малка основа $CD = b$ и средна основа $MN = m$. $S_1 = S_{ABNM} = \frac{a+m}{2}.h$ (h е равна на $\frac{1}{2}$ от височината на трапеца) **(2 т);**

$S_2 = S_{MNCD} = \frac{m+b}{2}.h$ **(2 т)** . Очевидно $S_2 < S_1 \Rightarrow S_2 : S_1 = 2:3 \Rightarrow \frac{m+b}{2}.h : \frac{a+m}{2}.h = 2:3$ **(1 т.)**

$\Rightarrow \frac{m+b}{a+m} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3m + 3b = 2a + 2m \Rightarrow m + 3b = 2b$ **(5 т.)** но $m = \frac{a+b}{2} \Rightarrow \frac{a=b}{2} + 3b = 2a \Rightarrow$

$a + b + 6b = 4a \Rightarrow 7b = 3a \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{7}{3}$ **(5 т.).**

Секция “Изток” – СМБ

КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 12.12.2009 г.

9 клас

Времето за решаване е 120 минути.

Регламент: Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. “Друг отговор ” се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.

Организаторите Ви пожелават успех!

Име..училище...град......................

Зад 1. В координатна система са зададени правите $y = x + 5$ и $y = 2x + b$, които се пресичат в точка от абсцисната ос. Стойността на ***b*** е равна на:

а) 10; б) 5; в) − 5; г) друг отговор.

Зад 2. Допустимите стойности на израза $\frac{1}{a+2} - \left(\frac{1}{a^2+1} - \frac{1}{a-1}\right) : \frac{a-2}{a-1}$ са:

а) $a \neq \pm 1, \pm 2$; б) $a \neq \pm 1, -2$; в) $a \neq 1, -2$; г) друг отговор.

Зад 3. В $\Delta\ ABC$ AM е медиана, G е медицентър. Отношението на лицата $S_{GCM} : S_{ABM}$ е:

а) 1:1; б) 1:2; в) 1:3; г) друг отговор.

Зад 4. Броят на различните реални корени на уравнението $\left(x^2 - 2x\right)^2 - 2\left(x^2 - 2x\right) - 3 = 0$ е:

а) 1; б) 2; в) 3; г) 4.

Зад 5. Сумата на всички цели числа в интервала $\left[-\sqrt{1850}; \sqrt{2009}\right]$ е равна на:

а) 44; б) 159; в) 2009; г) друг отговор.

Зад 6. Допирните точки на вписаната окръжност със страните на триъгълник я разделят на дъги в отношение 5:6:7. Най-големият ъгъл на триъгълника е равен на е:

а) 60^0; б) 70^0; в) 80^0; г) друг отговор.

Зад 7. Корените на уравнението $x^2 - ax - 2009 = 0$ са цели числа. Броят на различните стойности на a е:

а) 6; б) 4; в) 2; г) друг отговор.

Зад 8. В $\Delta\ ABC$ точката H е ортоцентър. Отношението на ъглите $\angle ABH : \angle BCH : CAH =$ 2:3:4. Най-малкият ъгъл на триъгълника е равен на :

а) 40^0; б) 50^0; в) 60^0; г) друг отговор.

Зад 9. Реалното число $a \in (0;1)$ е такова, че $a + \frac{1}{a} = 11$. Стойността на $\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}}$:

а) $\sqrt{11}$; б) $-\sqrt{11}$; в) 3; г) друг отговор.

Зад 10. $ABCD$ ($AC \perp BD$, $AC \cap BD = O$) е трапец, вписан в окръжност. Средната основа е равна на 12, а основите се отнасят така: $AB : CD$ = 2:1.

а) Намерете лицата на $ABCD$, AOD и BOC;

б) Ако $AD = p$, изразете чрез p дължината на отсечка HM, където $OH \perp AD$, $H \in AD$, а M е среда на BC.

Отговори 9 клас

1.А); **2.**Г $a \neq 1, \pm 2$; **3.**В); **4.**В); **5.**А); **6.**В); **7.**А) **8.**Б); **9.**Г(− 3).

Упътвания и решения:

Зад 1. Първата права пресича Ox в точка (−5; 0), замествайки във втората $\Rightarrow b = 10$.

Зад 3. От свойството на медицентъра $S_{CGM} : S_{AMC} = GM : AM = 1 : 3$, но $S_{ABM} = S_{AMC}$.

Зад 4. Ако положим $t = x^2 - 2x$, получаваме уравнението $t^2 - 2t - 3 = 0$ с корени 3 и −1. От тук се получават уравненията $x^2 - 2x + 1 = 0$ с двоен корен 1 и $x^2 - 2x - 3 = 0$ с корени 3 и −1.

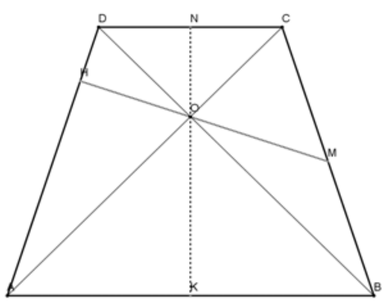
Зад 5. Целите числа в интервала са $\{-43, -42, ..., 42, 43, 44\}$. Очевидно сумата на всички, без последното, е нула.

Зад 6. От отношението на дъгите и ъгловата мярка на цялата окръжност $\Rightarrow$
$5x + 6x + 7x = 360^0 \Rightarrow x = 20^0 \Rightarrow$ дъгите и съответните им централни ъгли са 100^0, 120^0 и 140^0. От получените четириъгълници с върхове връх на триъгълника, две допирни точки и центъра на окръжността $\Rightarrow$ ъглите на триъгълника са 80^0, 60^0 и 40^0.

Зад 7. От формулите на Виет $x_1 x_2 = -2009$. 2009 = 7.7.49$\Rightarrow$ възможните целочислени двойки са (1, −2009), (7, −287), (49, −41), (41, −49), (287, −7) и (2009, −1). Стойностите на $a = x_1 + x_2$ са 6 (±2008, ±280, ±8).

Зад 8. При стандартни означения за ъглите на $\Delta\ ABC$ от получените правоъгълни триъгълници от височините $\Rightarrow \alpha = 90^0 - 2x, \beta = 90^0 - 3x, \gamma = 90^0 - 4x$. От сбора на ъглите в $\Delta\ ABC \Rightarrow 2x + 3x + 4x = 90^0 \Rightarrow x = 10^0 \Rightarrow$ ъглите на $\Delta\ ABC$ са 70^0, 60^0 и 50^0.

Зад 9. Нека $A = \sqrt{a} - \dfrac{1}{\sqrt{a}} \Rightarrow A^2 = a - 2 + \dfrac{1}{a} = 11 - 2 = 9 \Rightarrow A = \pm 3$, но $A < 0 \Rightarrow A = -3$.



Зад 10. а) От окръжността трапеца е равнобедрен (**1т.**), от отношението и средната основа AB = 16, CD = 8 (**1т.**) OK и ON са височини в равнобедрени правоъгълни триъгълници $\Rightarrow$ медиани $\Rightarrow$ са съответно 8 и 4, а цялата височина KN = 12 (**2т.**) $\Rightarrow S_{ABCD} = \dfrac{16+8}{2}.12 = 144$ (**1т.**) $\Delta AOD \cong \Delta BOC \Rightarrow$ имат равни лица (**2т.**) $S = \dfrac{S_{ABCD} - S_{ABO} - S_{COD}}{2} = \left(144 - \dfrac{16.8}{2} - \dfrac{8.4}{2}\right)\dfrac{1}{2} = 32$ (**1т.**)

***Забележка**:* $S_{\Delta AOD} = S_{\Delta BOC} = \sqrt{S_{AOB}.S_{COD}}$ за всеки трапец.

б) $\angle CBO = \angle BOM$ (OM медиана в правоъгълен триъгълник), $\angle CBO = \angle DAO$ (вписани ъгли или от еднаквите триъгълници), $\angle DAO = \angle DOH = 90^0 - \angle AOH \Rightarrow$ $\angle DOH = \angle BOM \Rightarrow M$, O и H лежат на една права, (**3т.**) $OM = \dfrac{BC}{2} = \dfrac{p}{2}$,(**1т.**) от лицето $S_{AOD} = \dfrac{AD.OH}{2} = 32 \Rightarrow OH = \dfrac{64}{p}$ (**2т.**)$\Rightarrow MH = \dfrac{p}{2} + \dfrac{64}{p} = \dfrac{p^2 + 64}{2p}$ (**1т**).

Стефчо Наков
Монтана

<u>Секция "Изток" – СМБ</u>
КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 12.12.2009 г.
10 клас

<u>Времето за решаване е 120 минути.</u>
<u>Регламент:</u> Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. "Друг отговор " се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.
<u>Организаторите Ви пожелават успех?</u>

Име...училище..град...................................

Зад 1. В триъгълник с основа 12 см и височина към нея 8 см е прекарана права, успоредна на основата, отстояща на разстояние 2,5 см от нея. Колко е дължината на отсечката заключена между страните на триъгълника?

а) 7,25 см; б) 8,25 см; в) 8,125 см; г) друг отговор

Зад 2. Коя е най-голямата стойност на израза $4-2x-\frac{1}{3}x^2$?

а) 7; б) -3; в) 4; г) друг отговор.

Зад 3. Даден е правоъгълен трапец с основи 17 см и 10 см и наклонено бедро 25 см. Да се намери $\sin$ от острия ъгъл на трапеца.

а) $\frac{24}{25}$; б) $\frac{2}{5}$; в) $\frac{7}{25}$; г) друг отговор

Зад 4. Колко е стойността на израза $\sqrt{17-4\sqrt{9+4\sqrt{5}}}=$?

а) $\sqrt{5}+2$; б) $2\sqrt{5}+1$; в) $3-\sqrt{5}$; г) друг отговор

Зад 5. Колко е лицето на правоъгълен триъгълник с катет 6 см и височина 4,8 см към хипотенузатаму?

а) 12,4 $см^2$; б) 20 $см^2$; в) 24 $см^2$; г) друг отговор

Зад 6. Ако единия корен на уравнението $x^2-4x+c=0$ е $x_1=2-\sqrt{3}$, то да се определи стойността на c:

а) $2+\sqrt{3}$; б) 2; в) $\sqrt{3}$; г) друг отговор

Зад 7. Решенията на неравенството $\frac{2x+4}{x^2+3x+2}\le 0$ са :

а) $(-\infty;-1)$; б) $(-\infty;-2)\cup(-2;-1)$; в) $(-1;+\infty)$; г) $[-2;-1]$;

Зад 8. Даден е правоъгълен ΔABC, в който хипотенузата AB е 10 см и $tg\beta=\frac{3}{4}$. Колко е разстоянието между центровете на вписаната в триъгълника и описаната около триъгълника окръжност?

а) 2; б) $2\sqrt{5}$; в) $\sqrt{5}$; г) друг отговор

Зад 9. През шестия час от денонощието Дядо Коледа погледнал часовника си. Точно три минутни деления на циферблата разделяли голямата от малката стрелка. Колко е бил часът?

а) 5 ч и 15 мин; б) 5 ч и 30 мин; в) 5 ч и 19 мин; г) друг отговор

Зад 10. Да се реши неравенството $\frac{1}{2(x-1)}-\frac{4}{x}+\frac{15}{2(x+1)}\ge 1$.

Отговори: 1б; 2а; 3а; 4г - $\sqrt{5}-2$; 5в; 6г - 1; 7б; 8в; 9г - 5 ч и 24 мин

Отговори 10 клас:

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Б	**А**	**А**	**Г** $\sqrt{5}-2$	**В**	**Г** 1	**Б**	**В**	**Г** 5 ч и 24 мин

Кратки упътвания и решения:

Зад 1. Чрез подобни триъгълници се стига до пропорцията $\frac{8-2,5}{8}=\frac{x}{12}\Rightarrow$ отсечката е с дължина 8,25 см.

Зад 2. Върхът на параболата е в точка с координати $x=-\frac{b}{2a}=-3\Rightarrow\ y=4-2.(-3)-\frac{1}{3}.(-3)^2=7$ е най-голямата стойност на израза.

Зад 3. a=17, b=10, c=25 $\Rightarrow a-b=17-10=7$. Построява се височината и от питагоровата теорема $\Rightarrow h_c^2+(a-b)^2=c^2\ \Rightarrow h_c=24\Rightarrow \sin\alpha=\frac{h_c}{c}=\frac{24}{25}$, където α е острия ъгъл на трапеца.

Зад 4. $\sqrt{17-4\sqrt{9+4\sqrt{5}}}=\sqrt{17-4\sqrt{(\sqrt{5})^2+2.\sqrt{5}.2+2^2}}=\sqrt{17-4\sqrt{(\sqrt{5}+2)^2}}=\sqrt{17-4.(\sqrt{5}+2)}=$
$=\sqrt{9-4\sqrt{5}}=\sqrt{(\sqrt{5}-2)^2}=\left|\sqrt{5}-2\right|=\sqrt{5}-2$.

Зад 5 a=6 см, $h_c=4,8см$.Образуваме система $\begin{vmatrix} a.b=c.h_c \\ a^2+b^2=c^2\end{vmatrix}\ \Rightarrow \begin{vmatrix} 6.b=c.4,8 \\ 6^2+b^2=c^2\end{vmatrix}\ \Rightarrow c=10см$

$\Rightarrow S=\frac{4,8.10}{2}=24см^2$.

Зад 6. От формулите на Виет $\Rightarrow x_1+x_2=4$ и $x_1.x_2=c\ \Rightarrow x_1=4-2+\sqrt{3}=2+\sqrt{3}\ \Rightarrow$
$\Rightarrow c=(2+\sqrt{3}).(2-\sqrt{3})=1$.

Зад 7. След разлагане се получава неравенството $\frac{2(x+2)}{(x+2).(x+1)}\le 0\ \Leftrightarrow\ \frac{1}{x+1}\le 0$ и $x\ne 2\ \Rightarrow$
$x\in(-\infty;-2)\cup(-2;-1)$.

Зад 8. От $tg\beta=\frac{3}{4}=\frac{a}{b}\Rightarrow a=3x, b=4x$ и от питагоровата теорема $\Rightarrow 9x^2+16x^2=10^2\Rightarrow x=2$
$\Rightarrow a=6$ и $b=8$. От R = $\frac{c}{2}=5$ и r = p – c = 12 -10 = 2 , използвайки, че разстоянието от върха A до допирната точка на хипотенузата с вписаната окръжност е p – a = 12 – 6 = 6 $\Rightarrow$ че разстоянието от допирната точка на хипотенузата с вписаната окръжност до центъра на описаната окръжност е 6 – 5 = 1 $\Rightarrow d^2=1^2+r^2\Rightarrow d^2=5\Rightarrow d=\sqrt{5}$.

Зад 9. В 5^{00} ч.разликата между голямата и малката стрелка е 25 минутни деления.В даденото време голямата стрелка се е намирала само на 3 деления зад малката. $\Rightarrow$22 деления са били наваксани. За 1 мин. голямата стрелка изминава само едно деление, а малката $\frac{1}{12}$ деления. $\Rightarrow$

всяка минута голямата стрелка наваксва $1-\frac{1}{12}=\frac{11}{12}$ деления. $\Rightarrow$ за да се навакcат 22 деления, са нужни $22:\frac{11}{12}=24$ минути $\Rightarrow$ в момента часовника е показвал 5 ч 24 мин.

Зад 10. Преобразуваме неравенството последователно $\frac{-2x^3+8x^2-12x+8}{2x(x-1)(x+1)}\geq 0$ (за намиране на НОЗ 1т , за привеждане под общ знаменател и получаване на това неравенство 4 т.). След разлагане получаваме $\frac{-2(x-2)(x^2-2x+2)}{2x(x-1)(x+1)}\geq 0$ (4 т) . Умножаваме по -1 $\Rightarrow$ $\frac{(x-2)(x^2-2x+2)}{x(x-1)(x+1)}\leq 0$ $\Rightarrow$ За определяне, че $(x^2-2x+2)>0 \quad за \forall x$ - 2 т. $\Rightarrow$ $\frac{(x-2)}{x(x-1)(x+1)}\leq 0$.

Решенията са $x\in(-1;0)\cup(1;2]$ (3 т.) За решаване по метода на интервалите и определяне на решението 4т .

Нели и Николай Сиракови
Ботевград

<u>Секция “Изток” – СМБ</u>
КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 12.12.2009 г
11 клас

<u>Времето за решаване е 120 минути.</u>
<u>Регламент:</u> Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. “Друг отговор ” се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.
<u>Организаторите Ви пожелават успех!</u>

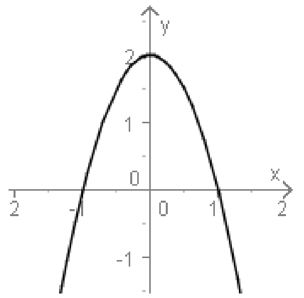
Име..училище..град...........................

1 зад. Ъглите на един триъгълник образуват аритметична прогресия. Ако разликата между най-големия и най-малкия ъгъл е $60°$, то триъгълникът е:

А) равнобедрен**;** **Б)** равностранен**;** **В)** правоъгълен**;** **Г)** друг отговор.

2 зад. Решенията на неравенството $\dfrac{(x^2+x-2)(x^2-4x+3)}{x} \geq 0$ са:

А) $[-2;0)\cup(0;3]$**;** **Б)** $[-2;0)\cup[3;+\infty)\cup\{1\}$**;** **В)** $(-\infty-2]\cup(0;3]\setminus\{1\}$**;** **Г)** друг отговор.



3 зад. Ако графиката на функцията $f(x)=-2x^2-4a$ е изобразена на чертежа, то стойността на a е:

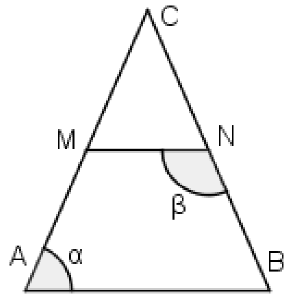
А) 1**;** **Б)** -2**;** **В)** $-\dfrac{1}{2}$**;** **Г)** друг отговор.

4 зад. Сборът на най-малката и най-голямата стойност на функцията $y=2x^2-4x-2$ в интервала $[0;3]$ е:

А) 2**;** **Б)** -2**;** **В)** 4**;** **Г)** друг отговор.

5 зад. Вероятността сборът от цифрите на едно трицифрено число да е равен на 5 е равна на:

А) $\dfrac{1}{450}$**;** **Б)** $\dfrac{1}{150}$**;** **В)** $\dfrac{1}{100}$**;** **Г)** друг отговор.



6 зад. Точките M и N са среди на бедрата AC и BC на равнобедрения триъгълник ABC от чертежа. Ако $\mathrm{tg}\alpha=\dfrac{3}{4}$, то $\cos\beta$ е равно на:

А) $-\dfrac{4}{5}$**;** **Б)** $-\dfrac{3}{5}$**;** **В)** $\dfrac{4}{5}$**;** **Г)** друг отговор.

7 зад. Ако $\sin\alpha=\dfrac{1}{1+\sqrt{3}}$, то стойността на израза $\dfrac{\sin^4\alpha+\cos^4\alpha+2\sin^2\alpha\cos^2\alpha}{\sin\alpha-\sin\alpha\cos^2\alpha}$ е:

А) $2-\sqrt{3}$**;** **Б)** $10+6\sqrt{3}$**;** **В)** $4+2\sqrt{3}$**;** **Г)** друг отговор.

8 зад. Точка M лежи на отсечка AB, като MB, MA и AB в този ред образуват геометрична прогресия. Отношението MB:MA е равно на:

А) $\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$**;** **Б)** $\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$**;** **В)** $\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$**;** **Г)** друг отговор.

9 зад. Сашко махнал едно число от десет поредни естествени числа. Сумата на останалите била 2009. Махнатото число е:

А) 209**;** **Б)** 129**;** **В)** 251**;** **Г)** друг отговор.

10 зад. Частното q на една геометрична прогресия е решение на уравнението $q^{2010}-2010q+2009=0$. Ако първият член е 1, да се намери сумата $S_1+S_2+\cdots S_{2009}$, където S_n е сумата на първите n члена на тази редица.

1 зад.	2 зад.	3 зад.	4 зад.	5 зад.	6 зад.	7 зад.	8 зад.	9 зад.
В	**Б**	**В**	**Г – 0**	**Г – 1/60**	**А**	**Б**	**В**	**Г – 226**

Решение на 10 зад.

1 сл. $q=1$ => $S_1=1, S_2=2, \ldots$ => сумата е 1+2+...+2009 = 1005.2009 = **2 019 045** .... 5 т.

2 сл. $q \neq 1$ => сумата е $\frac{1-q}{1-q}+\frac{1-q^2}{1-q}+\ldots+\frac{1-q^{2009}}{1-q}=\ldots=\frac{2009-2010q+q^{2009}}{(1-q)^2}=0$ ....10 т.

Отг. 2 019 045 или 0

Секция "Изток" – СМБ
КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 12.12.2009г.
12 клас

Времето за решаване е 120 минути.
Организаторите Ви пожелават успех!

Име...училище.........................град.....................

ПЪРВА ЧАСТ

Всяка задача има само един верен. "Друг отговор " се приема за решение само при отбелязан верен резултат.
Задачите се оценяват с по 2 точки:

1 зад. Стойността на израза $\frac{20}{99}+0,2+\frac{0,097}{1-0,01}$ е равна на:

а) $\frac{299}{990}$ б) $\frac{495}{990}$ в) 23 г) друг отговор

2 зад. Произведението от корените на уравнението $3^{x^2+4x}=\frac{1}{27}$ е равно на:

а) 3 б) -3 в) -1 г) друг отговор

3 зад. Решенията на уравнението $\sqrt{x+5}+1=\frac{6}{\sqrt{x+5}}$ са:

а) 4 б) $4;-1$ в) -4 г) друг отговор

4 зад. Стойността на израза $\frac{tg25^0+tg20^0}{1+tg155^0tg20^0}$ е равна на:

а) 1 б) $tg5^0$ в) -1 г) друг отговор

5 зад. За кои стойности на параметъра k системата $\begin{vmatrix} kx+5y=3 \\ 2x+y=4 \end{vmatrix}$ няма решение?

а) -10 б) 10 в) -7 г) друг отговор

6 зад. Стойността на k, за която е вярно равенството $27\left(\sqrt{3}\right)^{k+2}=3^k$ е:

а) -3 б) 3 в) 5 г) друг отговор

7 зад. Страната на квадрат, вписан в кръг с лице $64\,см^2$ е равна на:

а) $16\frac{\sqrt{\pi}}{\pi}\ cm$ б) $8\frac{\sqrt{\pi}}{\pi}cm$ в) $8\frac{\sqrt{2\pi}}{\pi}\ cm$ г) друг отговор

8 зад. Ако точка от хипотенузата в правоъгълен триъгълник, която е равноотдалечена от катетите, дели хипотенузата на отсечки с дължини 30 см и 40 см, то периметърът на триъгълника е равен на:
а) $168\ см$ б) $144\,cm$ в) $192\,cm$ г) друг отговор

9 зад. За геометрична прогресия е дадено $a_1+a_5=51$ и $a_2+a_6=102$. Ако $S_n=3069$, то n е равно на:
а) *6* б) *8* в) *12* г) друг отговор

10 зад. В равнобедрен трапец е вписана окръжност с радиус r**.** Горната основа на трапеца е два пъти по-малка от неговата височина. Лицето на трапеца е равно на:
а) r^2 б) $10r^2$ в) $5r^2$ г) друг отговор

11 зад. Броят на трицифрените числа с различни цифри, които могат да се образуват от цифрите 0, 2, 4, 6 и 8 е равен на:
а) *48* б) *60* в) *72* г) друг отговор

12 зад. Ако едната страна на триъгълника е равна на 26 см, а медианите към другите две страни са съответно 30 см и 39 см, то лицето на триъгълника е равно на:
а) $720\ cm^2$ б) $1440\ cm^2$ в) $360\ cm^2$ г) друг отговор

ВТОРА ЧАСТ

Следващите две задачи са със свободен отговор, който трябва да се напише.
Задачите се оценяват с по 3 точки:

13 зад. Стойността на $tg(\alpha + 2\beta)$, ако $\mathrm{tg}\alpha = \frac{1}{7}$, $\mathrm{cotg}\beta = 3$ е равна на:

Отговор:...

14 зад. В триъгълник *ABC* ъгъл *B* е прав. Върху катета *CB* са дадени точките *D* и *E*, така че отсечките *AD* и *AE* делят ъгъл *A* на три равни части и $AD = a$, $AE = b$ $(b < a)$. Отношението на лицата на триъгълниците *ADB* и *AEB* е равно на:

Отговор:...

ТРЕТА ЧАСТ

На следващите три задачи трябва да се опише решението.
Задачите се оценяват с по 10 точки:

15 зад. Ако сборът на две числа, тяхната разлика и тяхното произведение са в отношение 5:1:18, намерете числата.

16 зад. Нека x_1, x_2 са реални корени на уравнението $x^2 - 2ax + 2a^2 - 6a + 8 = 0$, където a е реален параметър и $x_1^2 + x_2^2 = S$. Да се намерят стойностите на параметъра a, за които S приема най-малка стойност и да се намери тази най-малка стойност.

17 зад. Окръжност се допира до раменете на ъгъл с връх *O* в точките *A* и *B*. Върху дъгата от окръжността, която е вътрешна за триъгълник *AOB* е взета точка *C*. Разстоянията от т. *C* до *OA* и *OB* са равни съответно на a и b. Да се намери разстоянието от т. *C* до хордата *AB*.

Кратки решения и отговори
ПЪРВА ЧАСТ

1зад. Отг. Б)
2зад. Отг. а)
3зад. Отг. г) -1
4зад. Отг. а)
5зад. Отг. б)
6зад. Отг. г) 8
7зад. Отг. в)
8зад. Отг. а)
9зад. Отг. г) *10*
10зад Отг. в)
11зад. Отг. а)
12зад.Отг. а)

ВТОРА ЧАСТ

13зад. Отг. 1

14зад. Отг. $\frac{b+\sqrt{b^2+8a^2}}{2b}$

ТРЕТА ЧАСТ

15зад. Ако означим търсените числа с $x,\ y$, то $\frac{x+y}{5}=\frac{x-y}{1}=\frac{xy}{18}$. Числата са *9* и *6*.

16зад. $x^2-2ax+2a^2-6a+8=0$. За да има това уравнение реални корени трябва $D=-a^2+6a-8\geq 0$, т.е. $2\leq a\leq 4$. $S=x_1^2+x_2^2=\left(x_1+x_2\right)^2-2x_1x_2=12a-6$. S приема най-малка стойност при $a=2$ и $S_{\min}=8$.

17зад. Нека $CE\perp OA,\ CE=a$, $CF\perp OB,\ CF=b$ и $CD\perp AB$. $\triangle ADC\sim\triangle BFC \Rightarrow \frac{CD}{b}=\frac{AC}{CB}$ и $\triangle BDC\sim\triangle AEC \Rightarrow \frac{a}{CD}=\frac{AC}{CB}$ следователно $\frac{CD}{b}=\frac{a}{CD} \Rightarrow ab=CD^2 \Rightarrow CD=\sqrt{ab}$.