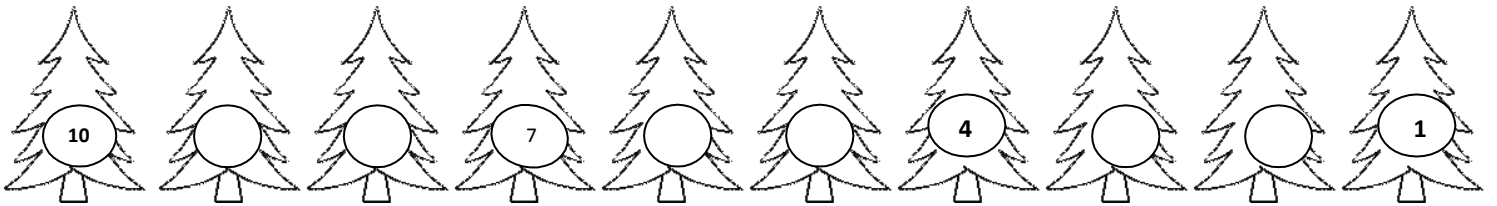


СМБ – Секция “Изток”

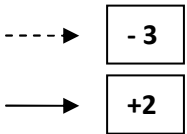
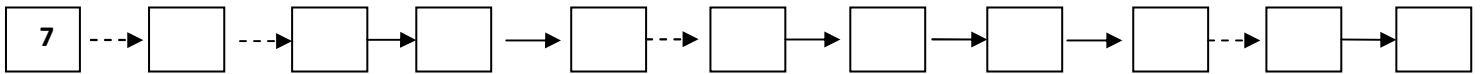
Коледно математическо състезание 12.12.2009

ИмеУчилище.....Вх.№.....

1



2



3



$$\begin{array}{cc} 6 \square & 8 \square 2 \\ 8 \square & 3 \square 5 \end{array}$$

$$7 \square 8 \square 1$$

$$\begin{array}{cc} 4 \square & 6 \square 2 \\ 5 \square & 2 \square 7 \end{array}$$

4



• $2 \square 6$
 $8 \square 3$

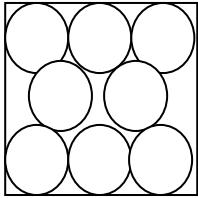
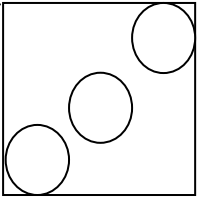
$7 \square 4+2$
 $6 \square 7-1$

$6+1 \square 7$
 $5+0 \square 5$

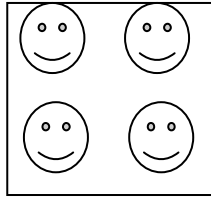
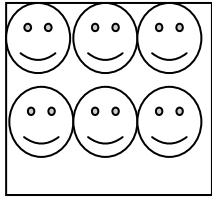
$6+0 \square 6-0$
 $3+1 \square 4+1$

$3+5 \square 8-1$
 $7-5 \square 8-3$

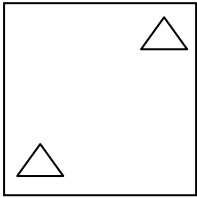
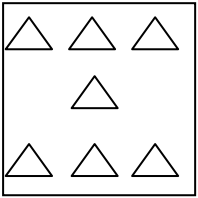
5



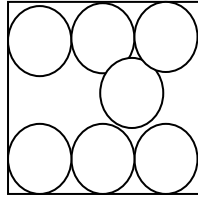
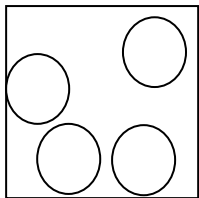
$3 + 5 = 8$



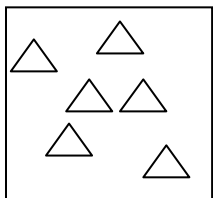
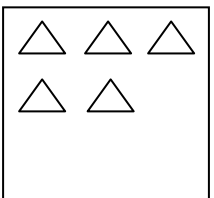
$\square - \square = \square$



$\square - \square = \square$

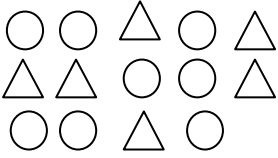


$\square + \square = \square$



$\square + \square = \square$

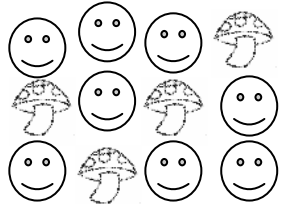
6



$\circ \square 8 > \square 6 \triangle$

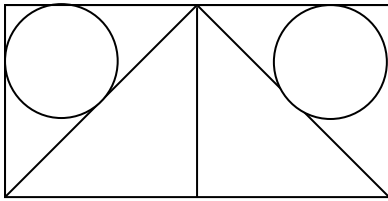


$\triangle \square \square \square \star$



$\smiley \square \square \square \text{mushroom}$

7



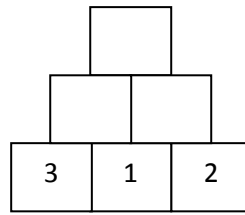
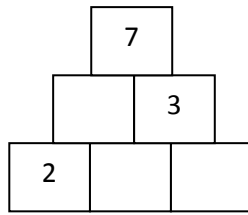
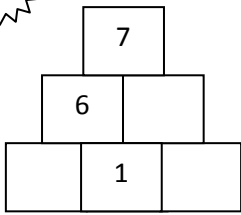
$\triangle = ?$

$\circ = ?$

$\square = ?$

$\triangle + \circ - \square = ?$

8

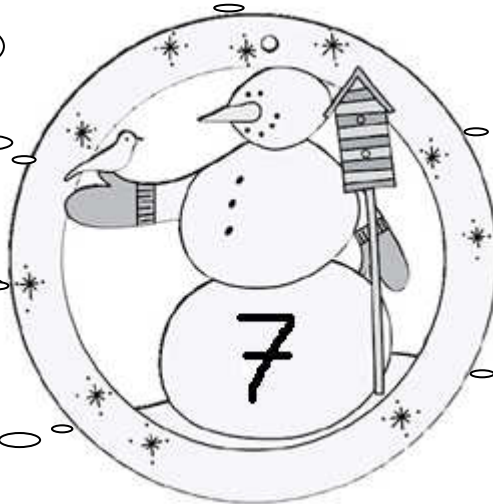


9

$\square + 3 =$

$5 + \square =$

$4 + \square =$



$- 2 = \square$

$- 6 = \square$

$- 1 = \square$

$- 7 = \square$



$$7 > \text{😊} > 2 + 1$$

$$\text{😊} : \underline{4, 5, 6}$$

$$6 < \text{🌸} < 8$$

$$\text{🌸} : \underline{\hspace{2cm}}$$

$$2 < \text{❄️} < 6$$

$$\text{❄️} : \underline{\hspace{2cm}}$$

$$3 + 1 < \text{❤️} < 7$$

$$\text{❤️} : \underline{\hspace{2cm}}$$

$$2 < \text{☀️} + 1 < 7$$

$$\text{☀️} : \underline{\hspace{2cm}}$$

$$6 > 6 - \text{🧊} > 2$$

$$\text{🧊} : \underline{\hspace{2cm}}$$

$$2 + 3 < \text{★} < 5 + 2$$

$$\text{★} : \underline{\hspace{2cm}}$$

Отговори първи клас:

1.зад. По 0,5 на число.




2.зад. По 0,3 на число.

3.зад. По 0,3 на знак.

4.зад. По 0,5 на знак.

5.зад. По 1,25 на пример.

6.зад. По 2,5 на пример.

7.зад. За  2 т., за  1 т., за  2 т. и за сумата 2 т.

8.зад. На първа пирамида 2,5 т., на втора пирамида 3 т., на трета пирамида 1,5.

9.зад. На пример по 1 т.

10.зад. На верните отговори от първи ред по 2 т., на втори ред по 3 т.

Секция “Изток” – СМБ
КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 12.12.2009 г.

2 клас

Времето за решаване е 120 минути.

Регламент: Всяка задача от 1 до 9 им само един верен отговор. „Друг отговор” се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, от 4 до 6 с по 5 точки и от 7 до 9 с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.

Организаторите желаят успех!

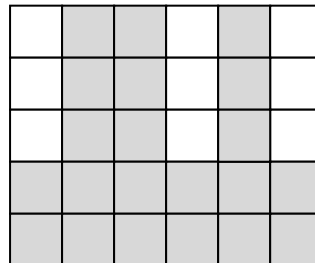
Име.....училище.....град.....

Задача 1. В думата „стоп” е скрито числото 100. Намерете сбора от числата, скрити в изречението:
” Петко направи две посещения на село Триград.”

- а) 7 б) 8 в) 10 г) друг отговор

Задача 2. Намерете обиколката на оцветената фигура, ако страната на малкото квадратче е 1см.

- а) 28 б) 27 в) 26 г) друг отговор



Задача 3. Един шоколад струва 6 лв. и още половината от цената на същия шоколад. Колко лева струва целият шоколад?

- а) 8 б) 9 в) 12 г) друг отговор

Задача 4. От най-голямото двуцифрено число, записано с различни цифри, извадете сбора на най-голямото едноцифрено число и числото, което има 5 дес. и 6 ед.

- а) 34 б) 35 в) 32 г) друг отговор

Задача 5. Проверете равенствата. Броят на вярно решените задачи е:

$$31 \text{ ед} + 4 \text{ дес.} = 44 \text{ ед.}$$

$$7 \text{ дес.} - 4 \text{ ед.} = 5 \text{ дес.} + 16 \text{ ед.}$$

$$7 \text{ дм} - 30 \text{ см} = 4 \text{ дм}$$

$$1 \text{ дес.} + 10 \text{ ед.} = 30 \text{ ед.}$$

$$(8 \text{ дм} - 50 \text{ см}) + 70 \text{ см} = 1 \text{ м}$$

$$1 \text{ м} = 9 \text{ дм} - 20 \text{ см}$$

- а) 6 б) 5 в) 4 г) друг отговор

Задача 6. Калина събира салфетки. Дала на приятелката си Краси няколко от тях и преброила останалите. Оказали се 56. Колко салфетки щяха да й останат, ако беше дала на Краси 8 салфетки повече?

- а) 64 б) 60 в) 48 г) друг отговор

Задача 7. Бащата е на 38 години, синът – на 11 години. На колко години е дъщерята, ако след 18 години сборът от годините на дъщерята и на сина ще бъде равен на годините на бащата?

- а) 8 б) 7 в) 9 г) друг отговор

Задача 8. Бедрото на равнобедрен триъгълник е 20 см и е с 8 см по-дълго от третата му страна, която е равна на страната на квадрат. С колко сантиметра обиколката на триъгълника е по-голяма от обиколката на квадрата?

- а) с 4 см б) с 6 см в) с 14 см г) друг отговор

Задача 9. Украсили коледната елха в центъра на София със 100 играчки – топки, ангелчета и камбанки. Топките и ангелчетата общо са 67, а ангелчетата и камбанките – 48. С колко ангелчетата са по-малко от камбанките?

- а) с 18 б) с 33 в) с 15 г) друг отговор

Задача 10. Тони купила 64 цветни топчета. Половината от тях са червени, сините са с 1 дес. и 12 ед. по-малко от червените; броят на жълтите е число, на което цифрата на единиците е 6, а цифрата на десетиците е с 5 по-малка. Останалите топчета са зелени. По колко топчета има от всеки цвят?

Отговори 1в; 2а; 3в; 4г – 33; 5г – 3; 6в; 7в; 8а; 9а;

2 клас

РЕШЕНИЯ

Задача 1. $5 + 2 + 3 = 10$

Задача 2.

Задача 3. $6 + 6 = 12$ лв.

Задача 4. $98 - (9 + 56) = 98 - 65 = 33$

Задача 5.

Задача 6. $56 - 8 = 48$

- Задача 7.** $11 + 18 + x + 18 = 38 + 18$ $29 + x = 38$ $x = 38 - 29$ $x = 9$ години синът
или $38 + 18 = 56$ г. бащата след 18 г.; $11 + 18 = 29$ г. синът след 18 г.; $d + c = б$, т.е. $d + 29 = 56$;
 $d = 27$ г. след 18 г., а сега е на $27 - 18 = 9$ г.
- Задача 8.** $20 - 8 = 12$ см е третата страна на триъг. $20 + 20 + 12 = 52$ см е Р триъгълника
 $12 + 12 + 12 + 12 = 48$ см е Р на квадрата $52 - 48 = 4$ см по-голяма
- Задача 9.** $100 - 67 = 33$ камбанки; $100 - 48 = 52$ топки; $67 - 52 = 15$ ангелчета; $33 - 15 = 18$ по-малко.
- Задача 10.** $64 = 32 + 32$ (32 са червените) 4 т. $32 - 22 = 10$ (10 са сините) 3 т.
жълти - 16 4 т. ; $64 - (32 + 10 + 16) = 6$ са зелените топчета 4 т.

Секция “Изток” – СМБ
КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 12.12.2009 г.
3 клас

Времето за решаване е 120 минути.

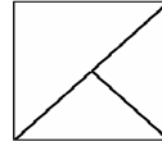
Регламент: Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. “Друг отговор” се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.

Организаторите Ви пожелават успех!

Име.....училище.....град.....

Задача 1 Кое е най-малкото двуцифрено число, което се дели на сбора от цифрите си и на произведението от цифрите си?

- а) 12 б) 10 в) 24 г) друг отговор



Чертеж.1



Чертеж.2

Задача 2 Умножете броя на триъгълниците от Чертеж.1 с броя на правоъгълниците от Чертеж.2. Полученото число е:

- а) 12 б) 24 в) 9 г) друг отговор

Задача 3 Кой ден от седмицата трябва да се напише на мястото на многоточието в редицата ПОНЕДЕЛНИК, СРЯДА, ПЕТЪК, НЕДЕЛЯ, ВТОРНИК,,

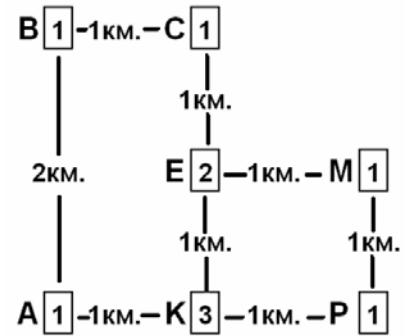
- а) ПЕТЪК б) СРЯДА в) ЧЕТВЪРТЪК г) друг отговор

Задача 4 $a \cdot c = 14$, $b \cdot a = 12$, $a > 1$, $c \cdot b : a = ?$

- а) 21 б) 168 в) 84 г) друг отговор

Задача 5 Снегорин трябва да разчисти пътя между всеки две съседни места, означени с букви. В квадратчетата е написано по колко пъти трябва да мине през всяка буква. Колко километра ще измине?

- а) 8 б) 10 в) 9 г) друг отговор



Задача 6 Мими има две блузи – бяла и синя и три поли – бяла, черна и червена. По колко различни начина може да се облече Мими, така че полата и блузата да са от различни цветове?

- а) 2 б) 6 в) 5 г) друг отговор

Задача 7 $M = 100 - (10 \cdot 4 - 10 + 0.80) - a$, $P = 9.5 + 5 + 2.2.5 - c$. Ако $a < c$, кой от изразите приема по-голяма стойност?

- а) М б) Р в) $M = P$ г) друг отговор

Задача 8 Сумата от обиколките на равностранен триъгълник и квадрат е 32 см. Разликата на дължините на страните им е 1 см. Колко сантиметра е обиколката на квадрата?

- а) 16 см б) 20 см в) 25 см г) друг отговор

Задача 9 От 7⁰⁰ ч. до 8⁰⁰ ч. Иво ходил и се връщал до 3 магазина. Всеки магазин се намира на 1 км. от дома му. Баща му тръгнал с кола в 8⁰⁰ ч. за село. Движил се 10 пъти по-бързо и пристигнал в 9⁰⁰ ч. На какво разстояние се намира селото?

- а) 10 б) 6 в) 100 г) друг отговор

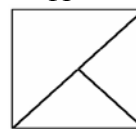
Задача 10 Всеки ден от 1 до 10 май включително чичо Миро слагал по 10 м. тел за да огражда нивата си. Чичо Нено работил само на нечетните от тези дати и на първите две четни дати. Той слагал с по 3м. повече на ден отколкото чичо Миро. Чичо Геро започнал на 1 май, работил 2 дена, почивал 2 дена и така редувал до 10 май. На ден слагал с по 3м. повече отколкото чичо Нено.

1. Колко метра тел е сложена на 6 май?
2. На коя дата са наредени най-малко метра тел?
3. Колко метра общо са оградили чичо Геро и чичо Нено?

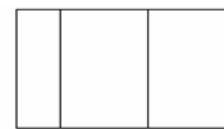
Отговори : 1а); 2б); 3в); 4а); 5б); 6в); 7а); 8б); 9г) – 60; 10 1.-26; 2. - 8май; 3. - 187

Решения:

Задача 1 Числото 12 отговаря на условията, а по-малките от него двуцифрени числа 10 и 11 – не.



Чертеж.1



Чертеж.2

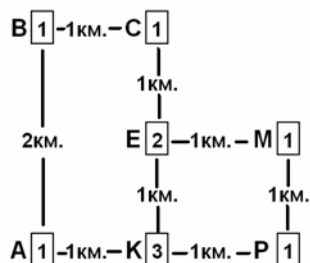
Задача 2 Триъгълници – 4, правоъгълници – 6, произведение -24.

Задача 3 Дните са през един. На мястото на многоточието трябва да се напише **ЧЕТВЪРТЪК**.

Задача 4

От **a.c=14** и **a>1** следва, че **a** може да бъде 2, 7 или 14. От тези стойности само 2 е делител на 12 – следователно **a** е 2. **b.a=12** → **b=6, c =7, c.b:a=21**.

Задача 5 Един от възможните маршрути на снегорина е К, А, В, С, Е, К, Р, М, Е, К - 10 км.



Задача 6 Възможните комбинации са означени с “+” в таблицата.

ПОЛА \ БЛУЗА	БЯЛА	СИНЯ
БЯЛА	-	+
ЧЕРНА	+	+
ЧЕРВЕНА	+	+

Задача 7 $M = 100 - a - (10.4 - 10 + 0.80) = 100 - a - (40 - 10 + 0) = 100 - a - 30 = 70 - a$,
 $P = 9.5 + 5 + 2.2.5 - C = 45 + 5 + 4.5 - C = 50 + 20 - C = 70 - C$
 Ако **a** < **C**, **M** приема по-голяма стойност.

Задача 8

1 случай Нека страната на квадрата е Xсм, а на триъгълника X+1см. В този случай за сумата от обиколките се получава $32 = 4X + 3(X+1)$, $7X=29$ – няма решение в цели числа.

2 случай Нека страната на квадрата е Xсм, а на триъгълника X-1см. $32 = 4X + 3(X-1)$, $7X=35$, X=5. Обиколката на квадрата е 20 см.

Задача 9 Отиване и връщане до един магазин – 2 км. До трите магазина Иво изманал общо 6 км. за един час. Баща му изминал 10 пъти повече – 60км. Селото се намира на 60 км.

Задача 10 Чичо Нено слагал по $10+3=13$ м. на ден. (1т.) Чичо Геро слагал по $13+3=16$ м. на ден. (1т.)

ДАТА ИМЕ/МЕТРИ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
Миро	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	Общо метри	100	2 т.
Нено	13	13	13	13	13		13		13		Общо метри	91	3 т.
Геро	16	16			16	16			16	16	Общо метри	96	3 т.
Общо метри	39	39	23	23	39	26	23	10	39	26			
						1 т.				3 т.			

Чичо Нено и чичо Геро сложили общо 187 м. тел. (1т.)

Секция “Изток” – СМБ
КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 12.12.2009 г.
4 клас

Времето за решаване е 120 минути.

Регламент: Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. “Друг отговор” се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.

Организаторите Ви пожелават успех?

Име.....училище.....град.....

1 зад. Ако $a=25-12$, $b=3.4$, $c=36:12$, то

- а) $c < b < a$ б) $b < c < a$ в) $c < a < b$ г) $a < b < c$

2 зад. На опашката са се наредили 10 ученици, като първият има 2 лв. и всеки следващ има с 10 ст. повече от стоящия пред него. Колко са парите на последния в опашката?

- а) 2 лв. 10 ст. б) 2 лв. 20 ст. в) 3 лв. г) друг отговор

3 зад. Влак тръгнал в 10:25 вечерта и пристигнал в 6:15 сутринта на другия ден. Колко време е пътувал влакът?

- а) 7 ч и 50 мин; б) 4 ч и 10 мин; в) 6 ч и 40 мин; г) друг отговор

4 зад. Водопроводчик реже тръба на 3 части за 6 минути. За колко минути ще разреже такава тръба на 9 части?

- а) 27; б) 18; в) 24; г) друг отговор.

5 зад. Кое е най-голямото едноцифрено число, записано с цифра, която участва в ребуса $*51-1*3=62*$? (На мястото на звездичките могат да стоят различни цифри.)

- а) 9; б) 8; в) 7; г) друг отговор.

6 зад. На всеки кръгъл час стенен часовник бие толкова пъти, колкото показва часовата стрелка, а на всеки половин час между кръглите часове бие по един път. Колко пъти е бил часовникът в коледната нощ между единайсет и пет и два без петнайсет?

- а) 13; б) 16; в) 18; г) друг отговор.

7 зад. Три кифли и два сока струват 3 лв. и 10 ст., а четири кифли и три сока струват 4 лв. и 30 ст. Колко струват три сока и три кифли?

- а) 1 лв.; б) 2 лв.; в) 1 лв. и 50 ст.; г) друг отговор.

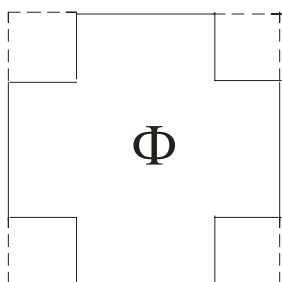
8 зад. В 3. и 4. клас на едно училище преподават общо 12 учители. От тях 9 преподават в 3. клас, а 7 преподават в 4. клас. Колко са учителите, които преподават и в 3. и в 4. клас?

- а) 5; б) 4; в) 3; г) друг отговор.

9 зад. $2009-2007+2005-2003+2001-1999+\dots+9-7+5-3+1=$

- а) 4018; б) 2009; в) 1005; г) друг отговор.

10 зад. Фигурата Φ е получена, като от четирите ъгъла на квадрат са изрязани четири еднакви квадратчета, всяко с лице 1 кв. см. Ако обиколката на Φ е равна на сбора от обиколките на четирите изрязани квадратчета, то на колко е равно лицето на Φ ?



ОТГОВОРИ: 1а; 2Г - 2лв90ст; 3а; 4в; 5б; 6б; 7Г – 3лв60ст 8б; 9в;

1	2	3	4	5	6	7	8	9
А	Г 2,90	А	В	Б	Б	Г 3,60	Б	В

Решения:

1 зад.

$a=25-12=13$, $b=3.4=12$, $c=36:12=3$. Следователно $c < b < a$

2 зад.

Десетият има с 90 ст. повече от първия. Отговорът е 2 лв. 90 ст.

3 зад.

До полунощ влакът е пътувал 1 ч 35 мин. Общо 1 ч 35 мин + 6 ч 15 мин = 7 ч 50 мин.

4 зад.

Един срез се прави за 3 минути, а 8 среза – за 24 минути.

5 зад.

$751-123 = 628$

6 зад.

Часовникът бие по веднъж в 11:30, 0:30 и 1:00 и 1:30; освен това бие дванайсет пъти в полунощ. Общо 16 пъти.

7 зад. От цената на четири кифли и три сока вадим цената на три кифли и два сока: 4 лв. и 30 ст. минус 3 лв. и 10 ст. е 1 лв. и 20 ст.

8 зад.

В сбора $9+7$ учителите, които преподават и в двата класа, са преброени два пъти. Търсеният брой е $9+7-12=4$.

9 зад.

Групираме разликите – те са 502 на брой:

$(2009-2007)+(2005-2003)+\dots+(9-7)+(5-3)+1=2+2+\dots+2+2+1=502.2+1=1005$.

10 зад.

Страната на квадратче с лице 1 квадратен сантиметър е 1 см. (3 т.)

Понеже обиколката на Ф е равна на обиколката на квадрата, (3 т.)

квадратът има страна, равна на обиколката на едно от изрязаните квадратчета, т.е. 4 см. (3 т.)

Следователно лицето на квадрата е 16 кв. см, (3 т.)

а тогава лицето на Ф е $16 - 4 = 12$ кв. см. (3 т.)

Борислав Лазаров - София

Секция “Изток” – СМБ
КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 12.12.2009 г.
5 клас

Времето за решаване е 120 минути.

Регламент: Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. “Друг отговор” се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.

Организаторите Ви пожелават успех?

Име.....училище.....град.....

1 зад. Ако $A = (8 \cdot 25 - 10) : 10$ и $B = 2 \cdot 100 - 20 : 20$, то $A+B$ е:

- а) $A + B = 28$; б) $A + B = 208$; в) $A + B = 218$; г) друг отговор

2 зад. На колко е равен сборът на липсващите цифри в произведението $6*3 \cdot 5 = 346*$ (всяка * означава една липсваща цифра)?

- а) 8; б) 10; в) 11; г) друг отговор

3 зад. Колко лева ще ви бъдат върнати, ако с банкнота от 10 лв. си купите 7 вафли, всяка от които струва 38 ст. и един шоколад, който струва 1,25 лв.?

- а) 6,09 лв.; б) 6,19 лв.; в) 7,09 лв.; г) друг отговор

4 зад. На концерт имало 750 посетители – жени и мъже. На всеки ред в концертната зала седали по 8 мъже и 7 жени. Броят на жените в залата е бил:

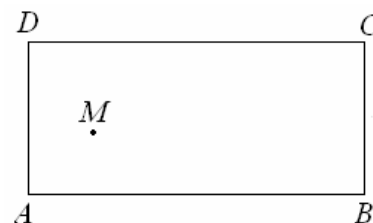
- а) 300; б) 350; в) 450; г) друг отговор

5 зад. Числото a е с 2,7 по-голямо от числото 2,03, а числото b е с 2,03 по-малко от числото 2,7. Сборът $a + b + 2,7 + 2,03$ е равен на:

- а) 9,23; б) 9,52; в) 10,13; г) друг отговор

6 зад. Точка M лежи вътре в правоъгълник. Сборът на разстоянията от M до четирите страни на правоъгълника е равен на 14 см. На колко сантиметра е равен периметърът на правоъгълника?

- а) 14 см; б) 21 см; в) 28 см; г) друг отговор



7 зад. Иван е с 5,75 кг по-тежък от Ники и с 2 250 грама по-лек от Антон.

С колко килограма Антон е по-тежък от Ники.

- а) 3,05 кг; б) 3,5 кг; в) 5,525 кг; г) друг отговор

8 зад. От правоъгълна леха с размери 32 дм и 10,5 м набрали по 2,2 кг ягоди от квадратен метър. При преглеждането на набраните ягоди изхвърлили 1,12 кг развалени, а останалите поставили в щайги, като във всяка от тях имало по 2,8 кг ягоди. Броят на напълнените с ягоди щайги е:

- а) 24; б) 25; в) 26; г) друг отговор

9 зад. От една автогара тръгва автобус в посока A . Един час след него от същата автогара в противоположна посока B тръгва втори автобус. Първият се движил със скорост 64 км/ч, а вторият – с 20 км/ч по-бързо. На какво разстояние ще бъдат автобусите един от друг, когато вторият автобус измине 252 км?

- а) 256 км; б) 408 км; в) 444 км; г) друг отговор

10 зад. Иван, Петър, Христо и Стоян са танцьор, художник, певец и журналист. Иван и Христо били сред публиката на първия солов концерт на певица. Петър и журналиста заедно позирали на художника. журналистът написал статия за Стоян и възнамерява да напише и за Иван. Петър не познава певица. Определете професиите на всеки от четиримата.

Отговори: 1-в); 2-г) 14; 3-а); 4-б) ; 5-в); 6-в); 7-г) 8 кг; 8-в); 9-г) 508 км .

Решения:

1 зад. $A = 19, B = 199$ следователно $A + B = 218$

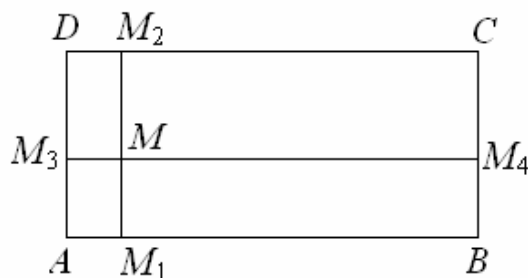
2 зад. От $5 \cdot 3 = 15$, следва, че липсващата цифра в 346^* е 5. Тогава $3465 : 5 = 693$ Следователно липсващите цифри са 5 и 9 и сборът им е 14.

3 зад. За 7 вафли по 0,38 лв. ще се необходими 2,66 лв. За 7 вафли и един шоколад ще са необходими 3,91 лв. Следователно, ако се заплати с банкнота от 10 лв. Рестото ще е $10 - 3,91 = 6,09$ лв

4 зад. На един ред седят общо 15 човека. В залата $750 : 15 = 50$ реда. На всеки ред има по 7 жени, следователно броят им е $50 \cdot 7 = 350$.

5 зад. $a = 2,03 + 2,7 = 4,73$ $b = 2,7 - 2,03 = 0,67$ $a + b + 2,7 + 2,03 = 4,73 + 0,67 + 2,7 + 2,03 = 10,13$

6 зад. Разстоянията от т. M до четирите страни на правоъгълника са: MM_1, MM_2, MM_3 и MM_4 . Разстоянието $M_1M_2 = AD, M_3M_4 = AB$. Следователно сборът на разстоянията от M до четирите страни на правоъгълника е равен на полупериметъра на правоъгълника. Следователно периметърът на правоъгълника е равен на $2 \cdot 14 = 28$ см.



7 зад. Теглото на Иван е равно на теглото на Ники + 5,75 кг. От друга страна теглото на Иван е равно на теглото на Антон - 2,25 кг. Следователно (теглото на Антон - 2,25 кг) = (теглото на Ники + 5,75 кг), т.е. теглото на Антон = теглото на Ники + 8 кг. Антон е по-тежък от Ники със 8 кг.

8 зад. Площта на лехата е $3,2 \cdot 10,5 = 33,6$ кв. м. Тогава набраните ягоди са $33,6 \cdot 2,2 = 73,92$ кг. След изхвърляне на 1,12 кг са останали 72,8 кг. Броят на напълнените щайги е $72,8 : 2,8 = 26$

9 зад. Скоростта на втория автобус е $64 + 20 = 84$ км/ч и той ще измине разстоянието 252 км за 3 часа. Следователно първият автобус ще е пътувал 4 часа и ще измине $64 \cdot 4 = 256$ км. Тогава разстоянието между двата автобуса ще е $252 + 256 = 508$ км.

10 зад.

Иван и Христо били сред публиката на първия солов концерт на певица. Следователно Иван не е певец и Христо не е певец

	Танцьор	Художник	Певец	Журналист
Иван			-	
Петър				
Христо			-	
Стоян				

Петър и журналистът заедно позирали на художника. Следователно Петър не е журналист, нито художник.

	Танцьор	Художник	Певец	Журналист
Иван			-	
Петър		-		-
Христо			-	
Стоян				

Журналистът написал статия за Стоян и
 възнамерява да напише и за Иван.
 Следователно Стоян не е журналист и
 Иван не е журналист.

	Танцьор	Художник	Певец	Журналист
Иван			-	-
Петър		-		-
Христо			-	
Стоян				-

Така стигаме до извода, че журналистът е
 Христо, а това означава и че той не е
 танцьор и художник.

	Танцьор	Художник	Певец	Журналист
Иван			-	-
Петър		-		-
Христо	-	-	-	+
Стоян				-

Петър не познава певица. Следователно
 Петър не е певец.
 Остава да бъде танцьор.
 Така танцьори не са Иван и Стоян

	Танцьор	Художник	Певец	Журналист
Иван	-		-	-
Петър	+	-	-	-
Христо	-	-	-	+
Стоян	-			-

Така от третата колонка получаваме, че
 Стоян е певец, а от първия ред, че Иван е
 художник.

	Танцьор	Художник	Певец	Журналист
Иван	-	+	-	-
Петър	+	-	-	-
Христо	-	-	-	+
Стоян	-	-	+	-

Секция “Изток” – СМБ
КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 12.12.2009 г.

6 клас

Времето за решаване е 120 минути.

Регламент: Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. “Друг отговор” се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.

Организаторите Ви пожелават успех?

Име.....училище.....град.....

Зад. 1. Стойността на израза $28,4 - 0,4 \cdot (3 \cdot 2^3 + 4^3 \cdot 0,25^3)$ е:

- а) 18,4 б) 3 в) 27,4 г) друг отговор

Зад. 2. Образите на числата $-3,7$; $-2,25$; $-0,9$; $0,6$; $1,96$ от числовата ос са съответно точките A ; B ; C ; D ; E . От получените отсечки с краища дадените точки с най-малка дължина е отсечката

- а) AB б) BC в) CD г) друг отговор

Зад. 3. Стойността на израза $\frac{12^{12} + 30 \cdot 12^{11}}{6 \cdot 12^{11}}$ е:

- а) $12^{12} + 5$ б) $2^{12} + 30$ в) 17 г) друг отговор

Зад. 4. В състезание на 200 метра гладко бягане са участвали четири ученици: Асен, Борис, Васил и Георги. Сумата от числата, отговарящи на местата, на които са се класирали Асен, Борис и Георги е 6, а на Борис и Васил – също 6. Ако е известно, че Борис е заел по-предно място от Асен, то Георги е

- а) на III място б) на II място в) на I място г) друг отговор

Зад. 5. Една от страните на успоредник е 8 см и тя е $\frac{2}{7}$ от периметъра му. Лицето на трапец с основи съответно равни на страните на успоредника и височина 5 см е:

- а) 70 cm^2 б) 55 cm^2 в) 140 cm^2 г) друг отговор

Зад. 6. Стойността на израза $\frac{49^3 \cdot 9^5 \cdot 63^2}{21^6 \cdot 27^2}$ е:

- а) 441 б) 7 в) 1 г) друг отговор

Зад. 7. Един влак, който се движи със скорост 54 км/ч, настига пешеходец, вървящ в същата посока успоредно на железопътната линия, и го задминава за 6 сек. Скоростта на пешеходеца е 6 км/ч. Дължината на влака е:

- а) 100 м б) 90 м в) 80 м г) друг отговор

Зад.8. Трима братя секат главите на ламя. Първият брат отсякъл половината от главите и плюс още една глава. Вторият отсякъл половината от останалите плюс още две глави. Третият отсякъл половината от останалите плюс още три глави. Така ламята останала с една глава. Колко глави е отсякъл вторият от братята?

- а) 7 б) 12 в) 22 г) друг отговор

Зад. 9. Неизвестното число „x” в израза $2^{x^4} : 8^4 = 16^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{16}$ е:

- а) 5 б) 4 в) 3 г) друг отговор

Зад.10. Лека кола може да измине разстоянието между градовете А и В за 1 час. Тя тръгна от А към В в 8 часа и едновременно с нея по същия път, но от В за А тръгва пешеходец. Когато те се срещнали, пешеходецът се качил в колата и тя се върнала във А, където го оставила. След това веднага потеглила към В и пристигнала в 10 часа и 40 минути.

а) За колко време пешеходецът може да измине сам пътя от В до А?

б) Колко % от времето, за което пешеходецът би продължил пеша до А е времето, когато е пътувал с леката кола?

КМС - 6 кл - 12.12.2009 г. ОТГОВОРИ

Отговори 1а; 2б; 3г - 7; 4в; 5г - 35 см²; 6а; 7в; 8б; 9г - 2;

Решения:

Зад. 1. $28,4 - 0,4 \cdot (3 \cdot 2^3 + 4^3 \cdot 0,25^3) = 28,4 - 0,4(3,8+1) = 28,4 - 10 = 18,4$

Зад. 2. Дължината на $AB = -2,25 - (-3,7) = 1,45$; $BC = -0,9 - (-2,25) = 1,35$; $CD = 06 - (-09) = 1,5$; $DE = 1,96 - 0,6 = 1,36$

Зад. 3. $\frac{12^{12} + 30 \cdot 12^{11}}{6 \cdot 12^{11}} = \frac{12^{11}(12 + 30)}{12^{11} \cdot 6} = \frac{42}{6} = 7$

Зад. 4. От $A + B + \Gamma = 6$ и $B + V = 6$ следва, че $V = A + \Gamma$. Ако приемем, че Б (Борис) е I-ви, тогава В (Васил) е V-ти, което не е възможно. Ако Б е II-ри, тогава Васил е IV-ти, а А (Асен) е III, тъй като Б е заел по-предно място от Асен. Следователно Г (Георги) е на I място.

Варианта Борис да бъде на III-то място е невъзможен, защото от $B + V = 6$ ще следва, че и Васил е III.

Зад. 5. Нека P е периметъра на успоредника. $\frac{2}{7} \cdot P = 8, \Rightarrow P = 28$. От $2,8 + 2v = 28 \Rightarrow v = 6$ см..

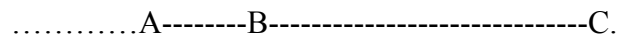
Лицето на трапеца $S = \frac{(a + e)}{2} \cdot h = \frac{8 + 6}{2} \cdot 5 = 35$ кв.см.

Зад. 6. $\frac{49^3 \cdot 9^5 \cdot 63^2}{21^6 \cdot 27^2} = \frac{7^6 \cdot 3^{10} \cdot 3^4 \cdot 7^2}{3^6 \cdot 7^6 \cdot 3^6} = 3^2 \cdot 7^2 = 441$

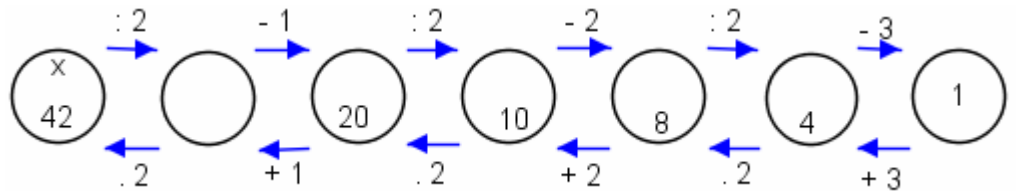
Зад. 7. Нека влака настига пешеходеца в т. А. За 6 сек пешеходеца изминава разстоянието АВ, а влака изминава разстоянието от А до С т.е. пътя изминат от пешеходеца (АВ) и дължината на влака (ВС)

$BC = AC - AB, \quad AC = 54 \cdot \frac{6}{3600} = \frac{9}{100} \text{ км}, \quad AB = 6 \cdot \frac{6}{3600} = \frac{1}{100} \text{ км}.$

$BC = \frac{9}{100} - \frac{1}{100} = \frac{8}{100} \text{ км} = 80 \text{ метра}$



Зад. 8. Задача се решава по обратен път, като се направи верижката и се установява, че главите са 42. Вторият брат е отсякъл $20 : 2 + 2 = 12$ глави



Зад. 9. $2^{x^4} : 8^4 = 16^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{16}; \Rightarrow 2^{x^4} : 2^{12} = \frac{2^{20}}{2^{16}}; \Rightarrow 2^{x^4} : 2^{12} = 2^4$

$\Rightarrow 2^{x^4} = 2^{12} \cdot 2^4 \Rightarrow 2^{x^4} = 2^{16} \Rightarrow x^4 = 16 \Rightarrow x^4 = 2^4 \Rightarrow x = 2$

Зад. 10. Нека леката кола срещнала пешеходеца в точка С. Леката кола изминава разстоянието

$A \rightarrow C \rightarrow A \rightarrow B$ за 2 ч и 40 мин., но от А до В изминава за 1 ч. Следователно леката кола и пешеходеца



са се срещнали след 50 мин. т.е. пешеходецът изминава разстоянието от В до С за 50 мин. От С до В на колата са и останали още 10 мин. т.е. още $\frac{1}{6}$ от 60 мин.

АВ е разделена на 6 части, като всяка част пешеходецът изминава за 50 мин. т.е. са му необходими да измине пеша цялото разстояние за 300 мин т.е. 5 часа.

б) До срещата с леката кола пешеходеца е вървял 50 мин, ако би продължил пеша ще върви още 250 мин.

С леката кола е пътувал 50 мин, които са 20% от 250 мин.

Секция “Изток” – СМБ
КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 12.12.2009 г.

7 клас

Време за работа: 120 минути.

Регламент: Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. „Друг отговор” се приема за верен само при отбелязан резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, а от 4 до 6 с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.

Име..... училище.....град.....

Зад 1. Стойността на израза $\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\right)+\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{6}\right)$ е:

- а) $\frac{3}{4}$ б) $\frac{4}{5}$ в) $\frac{5}{6}$ г) друг отговор

Зад 2. Четвъртинката от 8^{100} е равна на :

- а) 2^{100} б) 2^{25} в) 2^{298} г) друг отговор.

Зад 3. Ако за числата a, b, c са изпълнени равенствата $\frac{a}{b+c} = \frac{7}{19}$ и $\frac{b}{c-a} = 3$ то отношението $a : b : c$ е равно на

- а) 7 : 9 : 10 б) 9 : 7 : 10 в) 8 : 7 : 9 г) друг отговор

Зад 4. Пресметнете $\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{4.5} + \frac{1}{5.6}$

- а) $\frac{4}{5}$ б) $\frac{5}{6}$ в) $\frac{3}{4}$ г) друг отговор

Зад 5. Сборът от годините на майка, баща и син е равен на 74, а преди 10 години този сбор е бил равен на 47. На колко години е сега майката, ако бащата е по-голям от сина си с 28 години?

- а) 35 б) 34 в) 33 г) друг отговор

Зад 6. За числата a и b е известно, че $a^2 + b^2 = 1$. Намерете стойността на $a^6 + 3a^2b^2 + b^6$.

- а) 2 б) 4 в) 3 г) друг отговор.

Зад 7. В САЩ датите се записват в следната последователност: месец, ден, година във формат 99.99.99, а в Европа се записват ден, месец, година. Колко пъти в годината датата не може да се прочете еднозначно, ако не е ясно по кой от двата начина е записана?

- а) 132 б) 144 в) 12 г) друг отговор

Зад 8. Пресметнете $\frac{203}{1.2} + \frac{603}{2.3} + \frac{1203}{3.4} + \frac{2003}{4.5} + \frac{3003}{5.6}$

- а) 510 б) 502,5 в) 500 г) друг отговор.

Зад 9. По окръжност са написани 10 числа, всяко от които е средно аритметично от двете съседни за него числа и сборът на тези 10 числа е равен на 20. Произведението на тези числа е равно на:

- а) 256 б) 512 в) 2048 г) друг отговор

Зад.10. В два съда, единият с форма на правоъгълен паралелепипед (без капак), а другият с форма на четириъгълна пирамида (без основа) има общо 190 литра вода. Чрез преливане на 25 литра вода от първия съд във втория, количествата вода в двата съда се изравнили. Ако основите на двата съда са еднакви правоъгълници с размери 60 см и 40 см, и в началото първият съд бил пълен догоре, намерете:

- а) лицето на повърхнината на първия съд;
б) височината на втория съд, ако след първото преливане той може да бъде допълнен догоре с 1 литър вода

7клас

Отговори и кратки решения:

Отговори:

Задача	Зад.1.	Зад.2.	Зад.3.	Зад.4.	Зад.5	Зад.6	Зад.7	Зад.8	Зад.9
Отговор	в	в	А	б -	г-32	г -1	а	б	г) друг отговор 1024

Зад 1. Решение: $1 - 1/6 = 5/6$

Отг. в)

Зад 2 Решение: $2^{300} : 2^2 = 2^{298}$

Отг. в)

Зад 3 Решение: $19a=7b+7c$ и $b=3c-3a$. След заместване получаваме $19a = 7(3c - 3a) + 7c ; 10a=7c$
 $a=7к$ $c=10к$ $b = 3(c - a) = 3(10к - 7к) = 9к$

Отг. а)

Зад 4 Решение: $1 - 1/6 = 5/6$

Отг.б)

Зад 5. Ако преди 10 год. синът беше роден, то сборът щеше да е 44. Тогава $74 - 47 - 20 = 7$. Синът е на 7 год.
Бащата на 35, а майката на 32 год.

Отг. г)

Зад.6 След повдигане на трета степен на $a^2+b^2=1$ получаваме търсеното, също равно на 1. **Отг. г)**

Зад.7. Разминаване може да се получи при дните, които могат да служат и за номер на месец (1,2,...12)
Те са $12 \cdot 12 = 144$, но от тях в 12 случая числото им съвпада с номера на месеца и отново се разбира еднозначно. Тогава търсените дати са $144 - 12 = 132$.

Отг. а)

Зад. 8 Решение: След преобразуване получаваме $100+3/1 \cdot 2 + 100+3/2 \cdot 3 + 100+3/3 \cdot 4 + 100+3/4 \cdot 5 + 100+3/5 \cdot 6 =$
 $= 500+3(5/6) = 502,5$

Отг.б)

Зад 9. Нека a е най-голямото число. Тогава $a \geq b$ и $a \geq c$, където a и c са съседните числа на a . Тогава
 $a \geq \frac{b+c}{2}$. По условие $a = \frac{b+c}{2}$ т.е $a = b = c = 2$. Търсеното произведение е $2^{10} = 1024$ **Отг. г)**

Зад.10 Решение: а) Първоначалното количество вода във втория съд е $(190 - 2 \cdot 25) : 2 = 70$ литра., а в първия
съд: $70 + 2 \cdot 25 = 120$ литра. Следователно $V_1 = 120$ литра, $V_2 = 70$ литра (**5 т.**).

Размерите на основата са $a = 6$ дм, $b = 4$ дм. От $V_1 = a \cdot b \cdot c$ намираме $c = 5$ дм. Лицето на повърхнината на
правоъгълния паралелепипед (без капак) е 124 кв. дм (**5 т.**).

б) След първото допълване във втория съд (който по същество е обърната пирамида) има 95 л.; след
доливане на още един литър се получава 96 л. Във формулата $V_2 = 96 = 1/3 \cdot 24 \cdot h$ се получава $96 = 8 \cdot h$ или
 $h = 12$ дм (**5 т.**).

Секция “Изток” – СМБ
КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 12.12.2009 г.
8 клас

Времето за решаване е 120 минути.

Регламент: Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. “Друг отговор” се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.

Организаторите Ви пожелават успех?

Име.....училище.....град.....

1 зад. Ако $a = 6, b = 24$ и $x = \frac{a+b}{2}, y = \sqrt{a \cdot b}, z = \frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$ определете вярната релация.

а) $y < z < x$; б) $z < y < x$; в) $y < z < x$; г) друг отговор

2 зад. Даден е равнобедрен трапец $MNPQ$ с височина $PH = 6$ см и $MH = 8$ см. На колко е равно лицето на трапеца?

а) 24 кв.см; б) 48 кв.см; в) 64 кв.см; г) друг отговор

3 зад. За коя стойност на параметъра a неравенствата $\frac{x+3a}{4} \leq x+1$ и $x \geq 1$ са равносилни?

а) $\frac{5}{3}$; б) $\frac{2}{3}$; в) 3; г) друг отговор

4 зад. Да се реши уравнението $|x-3| + x^2 + 9y^2 = 6xy$.

а) $x=2, y=3$; б) $x=3, y=1$; в) $x=1, y=2$; г) друг отговор

5 зад. Да се намери най-голямото естествено число, което е по-малко от числото $x = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$.

а) 7; б) 9; в) 11; г) друг отговор

6 зад. Квадратен обор с размери 3 м на 3 м е построен в ливада. На един ъгъл (от вън) е завързан кон с въже, дълго 4 м. Намерете лицето на максималната площ от ливадата, на която конят може да пасе.

а) 12 кв.м.; б) $\frac{22}{3}\pi$ кв.м.; в) $\frac{25}{2}\pi$ кв.м.; г) друг отговор

7 зад. За кои стойности на x и y се удовлетворява неравенството $x^2 + 2y^2 - 2xy - 6y + 10 > 0$?

а) при $x > 0, y > 0$; б) само когато x и y принадлежат на интервала $[0;1]$;

в) само при $x = 2y$; г) друг отговор

8 зад. Даден е четириъгълник $MNPQ$, за който $MN \parallel PQ$ и $\angle M = \angle P$. Точката A е такава, че

$\overrightarrow{MA} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MQ})$; точката B е такава, че $\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MP}$. Да се намери лицето на четириъгълника

$MNBQ$, ако $S_{MNA} = 3$ кв.см.

а) 12 кв.см.; б) 18 кв.см.; в) 24 кв.см.; г) друг отговор

9 зад. Ако множеството от решенията на неравенството $\frac{4x+m}{3x+n} \leq 0$ е интервалът $[-4,2)$, сборът $m+n$

е равен на:

а) 4; б) 8; в) 16; г) друг отговор

10 зад. Трапец се разделя от средната си основа на две части, чийто лица се отнасят както 2 : 3. Да се намери отношението на голямата и малката основа на трапеца.

Отговори: 1- б; 2- б - 20; 3-г $\frac{7}{3}$; 4- б; 5- б; 6- в; 7- г –при всички стойност на x и y ; 8- б; 9- г 10.

Решения:

1 зад. $x=15, y=12, z=9.6$ откъдето получаваме търсената релация.

2 зад. MN е средна отсечка в трапеца и $S=8.6=48$ кв.см;

3 зад. $\frac{x+3a}{4} \leq x+1 \Rightarrow x+3a \leq 4x+4 \Rightarrow 3a-4 \leq 3x \Rightarrow x \geq \frac{3a-4}{3} \Rightarrow \frac{3a-4}{3} = 1 \Rightarrow a = \frac{7}{3}$.

4 зад. $|x-3| + x^2 + 9y^2 = 6xy \Rightarrow |x-3| + (x-3y)^2 = 0$ равенството е изпълнено само когато $x-3=0$ и $x-3y=0$, откъдето $x=3$ и $x=3y \Rightarrow y=1$.

5 зад. $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2}{(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})} = 5 + 2\sqrt{6}$ $4 < 6 < 9 \Rightarrow \sqrt{4} < \sqrt{6} < \sqrt{9} \Rightarrow 2 < \sqrt{6} < 3$

емпирично установяваме, че $2,4$ р $\sqrt{6}$ р $2,5$ ($2,4^2 = 5,76$ и $2,5^2 = 6,25 \Rightarrow 5 + 2\sqrt{6}$ f $5 + 2.2,4 = 9,8 \Rightarrow$ търсеното число е 9).

6 зад. Лицето на търсената площ се състои от 3 части: I. $\frac{3}{4}$ от лицето на кръг с радиус дължината на

въжето – 4 м (изключва се $\frac{1}{4}$ от този кръг, където е обора); II. $\frac{1}{4}$ от лицето на кръг с радиус 1 м

(остатъка от въжето, опънато до едната стена на обора); III. $\frac{1}{4}$ от лицето на кръг с радус 1 м (опънато до

другата стена на обора). Тогава:

$$S = \frac{3}{4} \cdot \pi \cdot 4^2 + \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot 1^2 + \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot 1^2 = 12\pi + \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} = \frac{25}{2} \pi \text{ кв.м.}$$

7 зад. $x^2 + 2y^2 - 2xy - 6y + 10 > 0$? $x^2 + 2y^2 - 2xy - 6y + 10 = x^2 - 2xy + y^2 + y^2 - 6y + 9 + 1 =$
 $= (x-y)^2 + (y-3)^2 + 1$ и тъй като $(x-y)^2 \geq 0$ за всички стойност на x и y ; $(y-3)^2 \geq 0$ за всички стойности на x и y ; $1 > 0$ следва, че неравенството е изпълнено за всички стойности на x и y .

8 зад. От $MN \parallel PQ$ и $\angle M = \angle P \Rightarrow MNPQ$ е успоредник. Точката A е пресечна точка на диагоналите.

Точка B се намира на продължението на QP на разстояние $PB = QP \Rightarrow MNBP$ е успоредник с диагонал MB . Диагоналите MP и QN делят лицето на на четири равни части. Но

$$S_{NBP} = S_{MNP} = 2S_{MNA} \Rightarrow S_{MNBQ} = 6S_{MNA} = 6 \cdot 3 = 18 \text{ кв.см.}$$

9 зад. I. $4x + m \geq 0$ и $3x + n < 0 \Rightarrow x \geq -\frac{m}{4}; x < -\frac{n}{3} \Rightarrow -\frac{m}{4} \leq x < -\frac{n}{3}$ или $x \in \left[-\frac{m}{4}; -\frac{n}{3}\right)$

II. $4x + m \leq 0$ и $3x + n > 0 \Rightarrow x \leq -\frac{m}{4}; x > -\frac{n}{3} \Rightarrow -\frac{n}{3} < x \leq -\frac{m}{4}$ или $x \in \left(-\frac{n}{3}; -\frac{m}{4}\right]$

От условието $[-4; 2) \Rightarrow$ че е изпълнено I $\Rightarrow -\frac{m}{4} = -4 \Rightarrow m = 16; -\frac{n}{3} = 2 \Rightarrow n = -6 \Rightarrow 0$

$$\Rightarrow m + n = 16 + (-6) = 10.$$

10 зад. Нека трапеца е $ABCD$ с голяма основа $AB = a$, малка основа $CD = b$ и средна основа

$MN = m$. $S_1 = S_{ABNM} = \frac{a+m}{2} \cdot h$ (h е равна на $\frac{1}{2}$ от височината на трапеца) (2 т.);

$S_2 = S_{MNCD} = \frac{m+b}{2} \cdot h$ (2 т.). Очевидно $S_2 < S_1 \Rightarrow S_2 : S_1 = 2 : 3 \Rightarrow \frac{m+b}{2} \cdot h : \frac{a+m}{2} \cdot h = 2 : 3$ (1 т.)

$\Rightarrow \frac{m+b}{a+m} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3m + 3b = 2a + 2m \Rightarrow m + 3b = 2a$ (5 т.) но $m = \frac{a+b}{2} \Rightarrow \frac{a+b}{2} + 3b = 2a \Rightarrow$

$a + b + 6b = 4a \Rightarrow 7b = 3a \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{7}{3}$ (5 т.).

Секция “Изток” – СМБ
КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 12.12.2009 г.

9 клас

Времето за решаване е 120 минути.

Регламент: Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. “Друг отговор” се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.

Организаторите Ви пожелават успех!

Име.....училище.....град.....

Зад 1. В координатна система са зададени правите $y = x + 5$ и $y = 2x + b$, които се пресичат в точка от абсцисната ос. Стойността на b е равна на:

- а) 10; б) 5; в) -5; г) друг отговор.

Зад 2. Допустимите стойности на израза $\frac{1}{a+2} - \left(\frac{1}{a^2+1} - \frac{1}{a-1} \right) : \frac{a-2}{a-1}$ са:

- а) $a \neq \pm 1, \pm 2$; б) $a \neq \pm 1, -2$; в) $a \neq 1, -2$; г) друг отговор.

Зад 3. В ΔABC AM е медиана, G е медицентър. Отношението на лицата $S_{GCM} : S_{ABM}$ е:

- а) 1:1; б) 1:2; в) 1:3; г) друг отговор.

Зад 4. Броят на различните реални корени на уравнението $(x^2 - 2x)^2 - 2(x^2 - 2x) - 3 = 0$ е:

- а) 1; б) 2; в) 3; г) 4.

Зад 5. Сумата на всички цели числа в интервала $[-\sqrt{1850}; \sqrt{2009}]$ е равна на:

- а) 44; б) 159; в) 2009; г) друг отговор.

Зад 6. Допирните точки на вписаната окръжност със страните на триъгълник я разделят на дъги в отношение 5:6:7. Най-големият ъгъл на триъгълника е равен на e :

- а) 60^0 ; б) 70^0 ; в) 80^0 ; г) друг отговор.

Зад 7. Корените на уравнението $x^2 - ax - 2009 = 0$ са цели числа. Броят на различните стойности на a е:

- а) 6; б) 4; в) 2; г) друг отговор.

Зад 8. В ΔABC точката H е ортоцентър. Отношението на ъглите $\angle ABH : \angle BCH : \angle CAH = 2:3:4$. Най-малкият ъгъл на триъгълника е равен на :

- а) 40^0 ; б) 50^0 ; в) 60^0 ; г) друг отговор.

Зад 9. Реалното число $a \in (0;1)$ е такова, че $a + \frac{1}{a} = 11$. Стойността на $\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}}$:

- а) $\sqrt{11}$; б) $-\sqrt{11}$; в) 3; г) друг отговор.

Зад 10. $ABCD$ ($AC \perp BD$, $AC \cap BD = O$) е трапец, вписан в окръжност. Средната основа е равна на 12, а основите се отнасят така: $AB : CD = 2:1$.

а) Намерете лицата на $ABCD$, AOD и BOC ;

б) Ако $AD = p$, изразете чрез p дължината на отсечка HM , където $OH \perp AD$, $H \in AD$, а M е среда на BC .

Отговори 9 клас

1.А); 2.Г $a \neq 1, \pm 2$; 3.В); 4.В); 5.А); 6.В); 7.А) 8.Б); 9.Г(-3).

Упътвания и решения:

Зад 1. Първата права пресича Ox в точка $(-5; 0)$, замествайки във втората $\Rightarrow b = 10$.

Зад 3. От свойството на медицентъра $S_{CGM} : S_{AMC} = GM : AM = 1 : 3$, но $S_{ABM} = S_{AMC}$.

Зад 4. Ако положим $t = x^2 - 2x$, получаваме уравнението $t^2 - 2t - 3 = 0$ с корени 3 и -1. От тук се получават уравненията $x^2 - 2x + 1 = 0$ с двоен корен 1 и $x^2 - 2x - 3 = 0$ с корени 3 и -1.

Зад 5. Целите числа в интервала са $\{-43, -42, \dots, 42, 43, 44\}$. Очевидно сумата на всички, без последното, е нула.

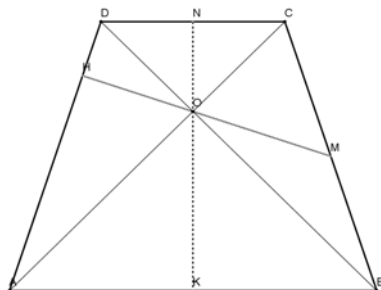
Зад 6. От отношението на дъгите и ъгловата мярка на цялата окръжност \Rightarrow

$5x + 6x + 7x = 360^\circ \Rightarrow x = 20^\circ \Rightarrow$ дъгите и съответните им централни ъгли са $100^\circ, 120^\circ$ и 140° . От получените четириъгълници с върхове връх на триъгълника, две допирни точки и центъра на окръжността \Rightarrow ъглите на триъгълника са $80^\circ, 60^\circ$ и 40° .

Зад 7. От формулите на Виет $x_1 x_2 = -2009$. $2009 = 7 \cdot 7 \cdot 49 \Rightarrow$ възможните целочислени двойки са $(1, -2009), (7, -287), (49, -41), (41, -49), (287, -7)$ и $(2009, -1)$. Стойностите на $a = x_1 + x_2$ са $6 (\pm 2008, \pm 280, \pm 8)$.

Зад 8. При стандартни означения за ъглите на ΔABC от получените правоъгълни триъгълници от височините $\Rightarrow \alpha = 90^\circ - 2x, \beta = 90^\circ - 3x, \gamma = 90^\circ - 4x$. От сбора на ъглите в $\Delta ABC \Rightarrow 2x + 3x + 4x = 90^\circ \Rightarrow x = 10^\circ \Rightarrow$ ъглите на ΔABC са $70^\circ, 60^\circ$ и 50° .

Зад 9. Нека $A = \sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}} \Rightarrow A^2 = a - 2 + \frac{1}{a} = 11 - 2 = 9 \Rightarrow A = \pm 3$, но $A < 0 \Rightarrow A = -3$.



Зад 10. а) От окръжността трапеца е равнобедрен (1т.), от отношението и средната основа $AB = 16, CD = 8$ (1т.) OK и ON са височини в равнобедрени правоъгълни триъгълници \Rightarrow медиани \Rightarrow са съответно 8 и 4, а цялата височина $KN = 12$ (2т.) $\Rightarrow S_{ABCD} = \frac{16+8}{2} \cdot 12 = 144$ (1т.) $\Delta AOD \cong \Delta BOC \Rightarrow$ имат равни лица

$$(2т.) S = \frac{S_{ABCD} - S_{ABO} - S_{COD}}{2} = \left(144 - \frac{16 \cdot 8}{2} - \frac{8 \cdot 4}{2} \right) \frac{1}{2} = 32 \quad (1т.)$$

Забележка: $S_{\Delta AOD} = S_{\Delta BOC} = \sqrt{S_{\Delta AOB} \cdot S_{\Delta COD}}$ за всеки трапец.

б) $\angle CBO = \angle BOM$ (OM медиана в правоъгълен триъгълник), $\angle CBO = \angle DAO$ (вписани ъгли или от еднакви триъгълници), $\angle DAO = \angle DOH = 90^\circ - \angle AOH \Rightarrow \angle DOH = \angle BOM \Rightarrow M, O$ и H лежат на една права, (3т.) $OM = \frac{BC}{2} = \frac{p}{2}$, (1т.) от лицето

$$S_{\Delta AOD} = \frac{AD \cdot OH}{2} = 32 \Rightarrow OH = \frac{64}{p} \quad (2т.) \Rightarrow MH = \frac{p}{2} + \frac{64}{p} = \frac{p^2 + 64}{2p} \quad (1т.)$$

Стефчо Након
Монтана

Секция “Изток” – СМБ
КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 12.12.2009 г.
10 клас

Времето за решаване е 120 минути.

Регламент: Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. “Друг отговор” се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.

Организаторите Ви пожелават успех?

Име.....училище.....град.....

Зад 1. В триъгълник с основа 12 см и височина към нея 8 см е прекарана права, успоредна на основата, отстояща на разстояние 2,5 см от нея. Колко е дължината на отсечката заключена между страните на триъгълника?

- а) 7,25 см; б) 8,25 см; в) 8,125 см; г) друг отговор

Зад 2. Коя е най-голямата стойност на израза $4 - 2x - \frac{1}{3}x^2$?

- а) 7; б) -3; в) 4; г) друг отговор.

Зад 3. Даден е правоъгълен трапец с основи 17 см и 10 см и наклонено бедро 25 см. Да се намери \sin от острия ъгъл на трапеца.

- а) $\frac{24}{25}$; б) $\frac{2}{5}$; в) $\frac{7}{25}$; г) друг отговор

Зад 4. Колко е стойността на израза $\sqrt{17 - 4\sqrt{9 + 4\sqrt{5}}}$ = ?

- а) $\sqrt{5} + 2$; б) $2\sqrt{5} + 1$; в) $3 - \sqrt{5}$; г) друг отговор

Зад 5. Колко е лицето на правоъгълен триъгълник с катет 6 см и височина 4,8 см към хипотенузатаму?

- а) $12,4 \text{ см}^2$; б) 20 см^2 ; в) 24 см^2 ; г) друг отговор

Зад 6. Ако единия корен на уравнението $x^2 - 4x + c = 0$ е $x_1 = 2 - \sqrt{3}$, то да се определи стойността на c :

- а) $2 + \sqrt{3}$; б) 2; в) $\sqrt{3}$; г) друг отговор

Зад 7. Решенията на неравенството $\frac{2x+4}{x^2+3x+2} \leq 0$ са:

- а) $(-\infty; -1)$; б) $(-\infty; -2) \cup (-2; -1)$; в) $(-1; +\infty)$; г) $[-2; -1]$;

Зад 8. Даден е правоъгълен $\triangle ABC$, в който хипотенузата AB е 10 см и $tg\beta = \frac{3}{4}$. Колко е разстоянието между центровете на вписаната в триъгълника и описаната около триъгълника окръжност?

- а) 2; б) $2\sqrt{5}$; в) $\sqrt{5}$; г) друг отговор

Зад 9. През шестия час от денонощието Дядо Коледа погледнал часовника си. Точно три минутни деления на циферблата разделяли голямата от малката стрелка. Колко е бил часът?

- а) 5 ч и 15 мин; б) 5 ч и 30 мин; в) 5 ч и 19 мин; г) друг отговор

Зад 10. Да се реши неравенството $\frac{1}{2(x-1)} - \frac{4}{x} + \frac{15}{2(x+1)} \geq 1$.

Отговори: 1б; 2а; 3а; 4г - $\sqrt{5} - 2$; 5в; 6г - 1; 7б; 8в; 9г - 5 ч и 24 мин

Отговори 10 клас:

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Б	А	А	Г $\sqrt{5} - 2$	В	Г 1	Б	В	Г 5 ч и 24 мин

Кратки упътвания и решения:

Зад 1. Чрез подобни триъгълници се стига до пропорцията $\frac{8-2,5}{8} = \frac{x}{12} \Rightarrow$ отсечката е с дължина 8,25 см.

Зад 2. Върхът на параболата е в точка с координати $x = -\frac{b}{2a} = -3 \Rightarrow y = 4 - 2 \cdot (-3) - \frac{1}{3} \cdot (-3)^2 = 7$ е най-голямата стойност на израза.

Зад 3. $a=17, b=10, c=25 \Rightarrow a-b=17-10=7$. Построява се височината и от питагоровата теорема $\Rightarrow h_c^2 + (a-b)^2 = c^2 \Rightarrow h_c = 24 \Rightarrow \sin \alpha = \frac{h_c}{c} = \frac{24}{25}$, където α е острия ъгъл на трапеца.

Зад 4. $\sqrt{17-4\sqrt{9+4\sqrt{5}}} = \sqrt{17-4\sqrt{(\sqrt{5})^2+2\sqrt{5}\cdot 2+2^2}} = \sqrt{17-4\sqrt{(\sqrt{5}+2)^2}} = \sqrt{17-4\cdot(\sqrt{5}+2)} =$
 $= \sqrt{9-4\sqrt{5}} = \sqrt{(\sqrt{5}-2)^2} = |\sqrt{5}-2| = \sqrt{5}-2.$

Зад 5 $a=6$ см, $h_c = 4,8$ см. Образуваме система $\begin{cases} a \cdot b = c \cdot h_c \\ a^2 + b^2 = c^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6 \cdot b = c \cdot 4,8 \\ 6^2 + b^2 = c^2 \end{cases} \Rightarrow c = 10$ см
 $\Rightarrow S = \frac{4,8 \cdot 10}{2} = 24$ см².

Зад 6. От формулите на Виет $\Rightarrow x_1 + x_2 = 4$ и $x_1 \cdot x_2 = c \Rightarrow x_1 = 4 - 2 + \sqrt{3} = 2 + \sqrt{3} \Rightarrow$
 $\Rightarrow c = (2 + \sqrt{3}) \cdot (2 - \sqrt{3}) = 1.$

Зад 7. След разлагане се получава неравенството $\frac{2(x+2)}{(x+2)(x+1)} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{x+1} \leq 0$ и $x \neq 2 \Rightarrow$
 $x \in (-\infty; -2) \cup (-2; -1).$

Зад 8. От $\operatorname{tg} \beta = \frac{3}{4} = \frac{a}{b} \Rightarrow a = 3x, b = 4x$ и от питагоровата теорема $\Rightarrow 9x^2 + 16x^2 = 10^2 \Rightarrow x = 2$

$\Rightarrow a = 6$ и $b = 8$. От $R = \frac{c}{2} = 5$ и $r = p - c = 12 - 10 = 2$, използвайки, че разстоянието от върха А до допирната точка на хипотенузата с вписаната окръжност е $p - a = 12 - 6 = 6 \Rightarrow$ че разстоянието от допирната точка на хипотенузата с вписаната окръжност до центъра на описаната окръжност е $6 - 5 = 1 \Rightarrow d^2 = 1^2 + r^2 \Rightarrow d^2 = 5 \Rightarrow d = \sqrt{5}$.

Зад 9. В 5⁰⁰ ч. разликата между голямата и малката стрелка е 25 минутни деления. В даденото време голямата стрелка се е намирала само на 3 деления зад малката. $\Rightarrow 22$ деления са били наваксани. За 1 мин. голямата стрелка изминава само едно деление, а малката $\frac{1}{12}$ деления. \Rightarrow

всяка минута голямата стрелка навакхва $1 - \frac{1}{12} = \frac{11}{12}$ деления. \Rightarrow за да се наваксат 22 деления,

са нужни $22 : \frac{11}{12} = 24$ минути \Rightarrow в момента часовника е показвал 5 ч 24 мин.

Зад 10. Преобразуваме неравенството последователно $\frac{-2x^3 + 8x^2 - 12x + 8}{2x(x-1)(x+1)} \geq 0$ (за намиране на НОЗ

1 т, за привеждане под общ знаменател и получаване на това неравенство 4 т.). След разлагане получаваме $\frac{-2(x-2)(x^2 - 2x + 2)}{2x(x-1)(x+1)} \geq 0$ (4 т.). Умножаваме по -1 $\Rightarrow \frac{(x-2)(x^2 - 2x + 2)}{x(x-1)(x+1)} \leq 0$ \Rightarrow За

определяне, че $(x^2 - 2x + 2) > 0$ за $\forall x$ - 2 т. $\Rightarrow \frac{(x-2)}{x(x-1)(x+1)} \leq 0$.

Решенията са $x \in (-1; 0) \cup (1; 2]$ (3 т.) За решаване по метода на интервалите и определяне на решението 4 т.

Нели и Николай Сиракови
Ботевград

Секция “Изток” – СМБ
КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 12.12.2009 г
11 клас

Времето за решаване е 120 минути.

Регламент: Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. “Друг отговор” се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.

Организаторите Ви пожелават успех!

Име.....училище.....град.....

1 зад. Ъглите на един триъгълник образуват аритметична прогресия. Ако разликата между най-големия и най-малкия ъгъл е 60° , то триъгълникът е:

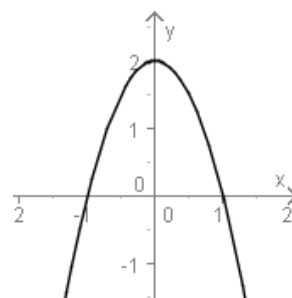
- А) равнобедрен; Б) равностранен; В) правоъгълен; Г) друг отговор.

2 зад. Решенията на неравенството $\frac{(x^2 + x - 2)(x^2 - 4x + 3)}{x} \geq 0$ са:

- А) $[-2;0) \cup (0;3]$; Б) $[-2;0) \cup [3;+\infty) \cup \{1\}$; В) $(-\infty - 2] \cup (0;3] \setminus \{1\}$; Г) друг отговор.

3 зад. Ако графиката на функцията $f(x) = -2x^2 - 4a$ е изобразена на чертежа, то стойността на a е:

- А) 1; Б) -2; В) $-\frac{1}{2}$; Г) друг отговор.



4 зад. Сборът на най-малката и най-голямата стойност на функцията $y = 2x^2 - 4x - 2$ в интервала $[0;3]$ е:

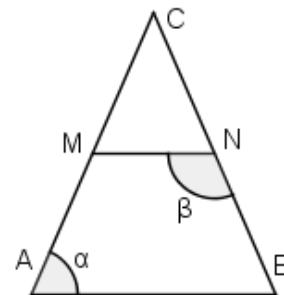
- А) 2; Б) -2; В) 4; Г) друг отговор.

5 зад. Вероятността сборът от цифрите на едно трицифрено число да е равен на 5 е равна на:

- А) $\frac{1}{450}$; Б) $\frac{1}{150}$; В) $\frac{1}{100}$; Г) друг отговор.

6 зад. Точките М и N са среди на бедрата AC и BC на равнобедрения триъгълник ABC от чертежа. Ако $\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{4}$, то $\cos \beta$ е равно на:

- А) $-\frac{4}{5}$; Б) $-\frac{3}{5}$; В) $\frac{4}{5}$; Г) друг отговор.



7 зад. Ако $\sin \alpha = \frac{1}{1 + \sqrt{3}}$, то стойността на израза $\frac{\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha + 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{\sin \alpha - \sin \alpha \cos^2 \alpha}$ е:

- А) $2 - \sqrt{3}$; Б) $10 + 6\sqrt{3}$; В) $4 + 2\sqrt{3}$; Г) друг отговор.

8 зад. Точка М лежи на отсечка АВ, като МВ, МА и АВ в този ред образуват геометрична прогресия. Отношението МВ:МА е равно на:

- А) $\frac{1 - \sqrt{5}}{2}$; Б) $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$; В) $\frac{\sqrt{5} - 1}{2}$; Г) друг отговор.

9 зад. Сашко махнал едно число от десет поредни естествени числа. Сумата на останалите била 2009. Махнатото число е:

- А) 209; Б) 129; В) 251; Г) друг отговор.

10 зад. Частното q на една геометрична прогресия е решение на уравнението $q^{2010} - 2010q + 2009 = 0$. Ако първият член е 1, да се намери сумата $S_1 + S_2 + \dots + S_{2009}$, където S_n е сумата на първите n члена на тази редица.

1 зад.	2 зад.	3 зад.	4 зад.	5 зад.	6 зад.	7 зад.	8 зад.	9 зад.
В	Б	В	Г - 0	Г - 1/60	А	Б	В	Г - 226

Решение на 10 зад.

1 сл. $q = 1 \Rightarrow S_1 = 1, S_2 = 2, \dots \Rightarrow$ сумата е $1+2+\dots+2009 = 1005 \cdot 2009 = \underline{2\ 019\ 045}$ 5 т.

2 сл. $q \neq 1 \Rightarrow$ сумата е $\frac{1-q}{1-q} + \frac{1-q^2}{1-q} + \dots + \frac{1-q^{2009}}{1-q} = \dots = \frac{2009 - 2010q + q^{2009}}{(1-q)^2} = 0$ 10 т.

Отг. 2 019 045 или 0

Секция “Изток” – СМБ
КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 12.12.2009г.
12 клас

Времето за решаване е 120 минути.
Организаторите Ви пожелават успех!

Име.....училище.....град.....

ПЪРВА ЧАСТ

Всяка задача има само един верен. “Друг отговор ” се приема за решение само при отбелязан верен резултат.

Задачите се оценяват с по 2 точки:

1 зад. Стойността на израза $\frac{20}{99} + 0,2 + \frac{0,097}{1-0,01}$ е равна на:

- а) $\frac{299}{990}$ б) $\frac{495}{990}$ в) 23 г) друг отговор

2 зад. Произведението от корените на уравнението $3^{x^2+4x} = \frac{1}{27}$ е равно на:

- а) 3 б) -3 в) -1 г) друг отговор

3 зад. Решенията на уравнението $\sqrt{x+5} + 1 = \frac{6}{\sqrt{x+5}}$ са:

- а) 4 б) 4; -1 в) -4 г) друг отговор

4 зад. Стойността на израза $\frac{\operatorname{tg}25^\circ + \operatorname{tg}20^\circ}{1 + \operatorname{tg}155^\circ \operatorname{tg}20^\circ}$ е равна на:

- а) 1 б) $\operatorname{tg}5^\circ$ в) -1 г) друг отговор

5 зад. За кои стойности на параметъра k системата $\begin{cases} kx + 5y = 3 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$ няма решение?

- а) -10 б) 10 в) -7 г) друг отговор

6 зад. Стойността на k , за която е вярно равенството $27(\sqrt{3})^{k+2} = 3^k$ е:

- а) -3 б) 3 в) 5 г) друг отговор

7 зад. Страната на квадрат, вписан в кръг с лице 64 cm^2 е равна на:

- а) $16 \frac{\sqrt{\pi}}{\pi} \text{ cm}$ б) $8 \frac{\sqrt{\pi}}{\pi} \text{ cm}$ в) $8 \frac{\sqrt{2\pi}}{\pi} \text{ cm}$ г) друг отговор

8 зад. Ако точка от хипотенузата в правоъгълен триъгълник, която е равноотдалечена от катетите, дели хипотенузата на отсечки с дължини 30 см и 40 см, то периметърът на триъгълника е равен на:

- а) 168 см б) 144 см в) 192 см г) друг отговор

9 зад. За геометрична прогресия е дадено $a_1 + a_5 = 51$ и $a_2 + a_6 = 102$. Ако $S_n = 3069$, то n е равно на:

- а) 6 б) 8 в) 12 г) друг отговор

10 зад. В равнобедрен трапец е вписана окръжност с радиус r . Горната основа на трапеца е два пъти по-малка от неговата височина. Лицето на трапеца е равно на:

- а) r^2 б) $10r^2$ в) $5r^2$ г) друг отговор

11 зад. Броят на трицифрените числа с различни цифри, които могат да се образуват от цифрите 0, 2, 4, 6 и 8 е равен на:

- а) 48 б) 60 в) 72 г) друг отговор

12 зад. Ако едната страна на триъгълника е равна на 26 см, а медианите към другите две страни са съответно 30 см и 39 см, то лицето на триъгълника е равно на:

- а) 720 cm^2 б) 1440 cm^2 в) 360 cm^2 г) друг отговор

ВТОРА ЧАСТ

Следващите две задачи са със свободен отговор, който трябва да се напише.

Задачите се оценяват с по 3 точки:

13 зад. Стойността на $\operatorname{tg}(\alpha + 2\beta)$, ако $\operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{7}$, $\operatorname{cotg}\beta = 3$ е равна на:

Отговор:.....

14 зад. В триъгълник ABC ъгъл B е прав. Върху катета CB са дадени точките D и E , така че отсечките AD и AE делят ъгъл A на три равни части и $AD = a$, $AE = b$ ($b < a$). Отношението на лицата на триъгълниците ADB и AEB е равно на:

Отговор:.....

ТРЕТА ЧАСТ

На следващите три задачи трябва да се опише решението.

Задачите се оценяват с по 10 точки:

15 зад. Ако сборът на две числа, тяхната разлика и тяхното произведение са в отношение 5:1:18, намерете числата.

16 зад. Нека x_1, x_2 са реални корени на уравнението $x^2 - 2ax + 2a^2 - 6a + 8 = 0$, където a е реален параметър и $x_1^2 + x_2^2 = S$. Да се намерят стойностите на параметъра a , за които S приема най-малка стойност и да се намери тази най-малка стойност.

17 зад. Окръжност се допира до раменете на ъгъл с връх O в точките A и B . Върху дъгата от окръжността, която е вътрешна за триъгълник AOB е взета точка C . Разстоянията от т. C до OA и OB са равни съответно на a и b . Да се намери разстоянието от т. C до хордата AB .

Кратки решения и отговори
ПЪРВА ЧАСТ

- 1зад. Отг. Б)
2зад. Отг. а)
3зад. Отг. г) -1
4зад. Отг. а)
5зад. Отг. б)
6зад. Отг. г) 8
7зад. Отг. в)
8зад. Отг. а)
9зад. Отг. г) 10
10зад Отг. в)
11зад. Отг. а)
12зад.Отг. а)

ВТОРА ЧАСТ

13зад. Отг. 1

14зад. Отг. $\frac{b + \sqrt{b^2 + 8a^2}}{2b}$

ТРЕТА ЧАСТ

15зад. Ако означим търсените числа с x, y , то $\frac{x+y}{5} = \frac{x-y}{1} = \frac{xy}{18}$. Числата са 9 и 6.

16зад. $x^2 - 2ax + 2a^2 - 6a + 8 = 0$. За да има това уравнение реални корени трябва $D = -a^2 + 6a - 8 \geq 0$, т.е. $2 \leq a \leq 4$. $S = x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 12a - 6$. S приема най-малка стойност при $a = 2$ и $S_{\min} = 8$.

17зад. Нека $CE \perp OA, CE = a, CF \perp OB, CF = b$ и $CD \perp AB$. $\triangle VADC \sim \triangle VBFC$ ю $\frac{CD}{b} = \frac{AC}{CB}$ и $\triangle VBDC \sim \triangle VEC$ ю $\frac{a}{CD} = \frac{AC}{CB}$ следователно $\frac{CD}{b} = \frac{a}{CD}$ ю $ab = CD^2$ ю $CD = \sqrt{ab}$.